

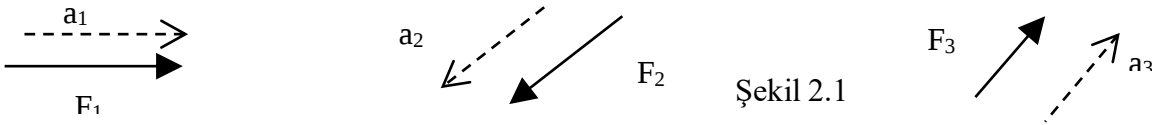
BÖLÜM 2. MADDESEL NOKTALARIN KİNETİĞİ (KUVVET, KÜTLE, İVME)

2.1. Newton'un 2. Hareket Kanunu

Newton'un birinci ve üçüncü hareket kanunları dengedeki cisimlerin kuvvetler altındaki durumlarını incelemeye yeterlidir. Ancak, cisimlerin ivmeli hareketleri ile ilgili olan problemlerde ise 2. kanuna gerek vardır. Cisimlerin hızlarının şiddet ve/veya doğrultusu değişiyorsa ivme vardır ve cismin hareketi, ancak, hareketle etkiyen kuvvetler arasında bir ilişki kurularak incelenebilir.

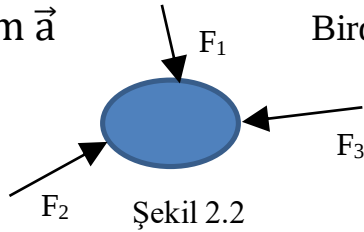
Newton'un ikinci kanunu: Bir maddesel noktaya etkiyen bileşke kuvvet sıfır değilse maddesel nokta bileşke kuvvetin şiddeti ile orantılı ve bu bileşke kuvvetin doğrultusunda ve yönünde bir ivme kazanır.

Bir cisme farklı yönlerde kuvvetler uygulanarak uygulanan her kuvvet için cismin ivmesi ölçülürse aşağıdaki sonuçlar görülür (Şekil 2.1):



$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \text{Sabit} \quad \text{Bu değer bir cisim için sabit olup "m" kütle değerini verir.}$$

Sonuç: $\vec{F} = m \vec{a}$ Birden fazla kuvvet varsa $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$ olur(Şekil 2.2).



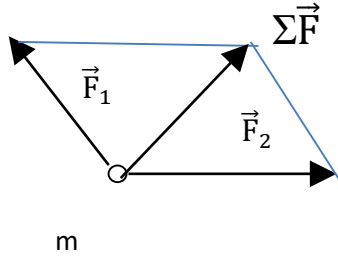
2.2. Birim sistemleri

$\vec{F} = m \vec{a}$ denklemini kullanırken birimleri gelişigüzel seçemeyiz. Kütle, kuvvet, uzunluk ve zaman birimlerinden üçü seçilirse dördüncüsü bu denklemi sağlayacak şekilde seçilmelidir. Bu şekilde seçilen birimlere kinetik bakımdan uyuşan birimler denir.

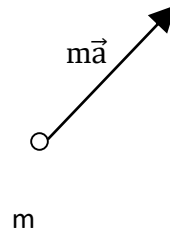
Salt birim sistemi (SI) Cekimsel birim sistemi (Teknik metrik birim sistemi)

Uzunluk (L)	metre (m)	metre (m)
Kütle (m)	kilogram(kg)	$\frac{\text{kgf} \cdot \text{sn}^2}{\text{m}}$ (Teknik metrik kütle birimi)
Zaman (t)	saniye (sn)	saniye (sn)
Kuvvet (F)	Newton (kg. m/sn ²)	kgf

2.3. Hareket denklemleri (Dinamik Denge)



Şekil 2.3



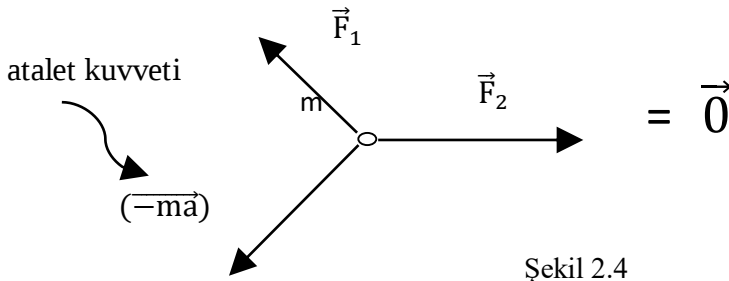
$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\Sigma (F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}) = m(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k})$$

$$\Sigma F_x = m a_x$$

$$\Sigma F_y = m a_y$$

$$\Sigma F_z = m a_z$$



Şekil 2.4

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\Sigma \vec{F} + (-m \vec{a}) = \vec{0}$$

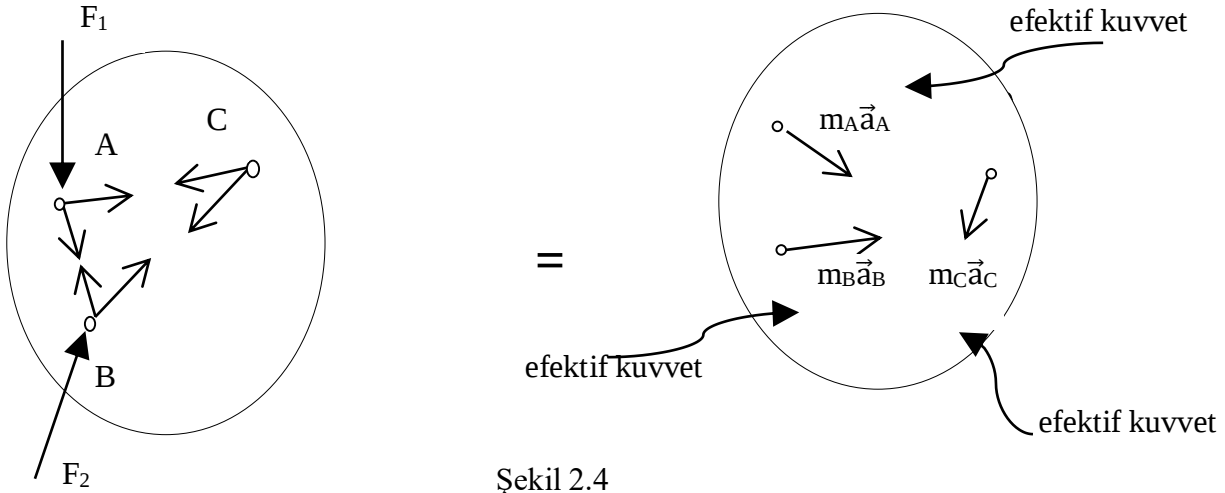
$$\Sigma \vec{F} - m\vec{a} = \vec{0}$$

denklemini bir denge denklemi olduđu için bu denkleme dinamik denge denklemi denir.

Bir problemin bu denklem kullanılarak çözülmesine de “**dinamik denge**” yöntemi denir.

2.4. Maddesel Noktalar Sistemi (D’Alembert ilkesi)

Newton denklemi maddesel noktalar sistemine tek tek de uygulanabileceği gibi her maddesel noktaya sistemin diğer noktalarından gelen iç kuvvetler ve sistemin dışından gelen dış kuvvetler diye ayrı ayrı düşünülerek de uygulanabilir. Bütün kuvvetlerin toplamı $\Sigma m\vec{a}$ ya eşit bir vektördür. Bu, maddesel noktalara ait efektif kuvvetlerin toplamıdır. Şimdi bütün noktaları birden göz önüne alalım.



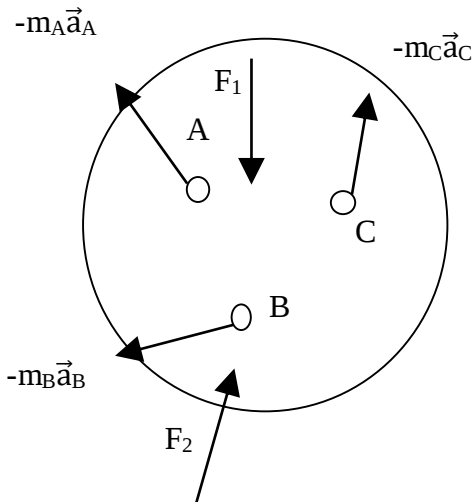
$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

bağıntısı her bir kütle için tek tek geçerlidir. Ayrıca, kütlelerden oluşan sisteme dıştan etkiyen kuvvetlerle birbirine diğer kütlelerin etkisiyle gelen iç kuvvetlerin bileşkesi bütün noktaların efektif kuvvetlerinin bileşkesine eşit olur. Eğer iç kuvvetler Newton'un üçüncü kanunu gereğince eşit, zıt yönlü ve aynı tesir çizgisi üzerinde çiftler oluşturuyorsa (dokunma noktası, ip, kablo, tel ve zincir gibi bükülebilen veya kütsüz iki ucu mafsallı çubuk kuvvetleri gibi) birbirlerini yok ederler. Bu durumda, bir maddesel noktalar sistemine etkiyen dış kuvvetler, sistemin bütün maddesel noktalarının efektif kuvvetler sistemine eşdeğerdir olur. Bu önemli bağıntıya Fransız matematikçisi Jean Le Rond D'Alembert'e (1717-1783) izafeten **"D'Alembert"** ilkesi adı verilmiştir.

Bir başlangıç noktasından bir maddesel noktalar sisteminin yer vektörleri $\vec{r}$ ile verilirse

$$\Sigma \vec{F}_{dış} = \Sigma (m\vec{a}) \quad \Sigma (M_o)_{dış} = \Sigma (\vec{r} \times m\vec{a})$$

Ya da dış kuvvetlere atalet vektörleri eklenerek sıfıra eşdeğer bir sistem elde edilir.



$$\Sigma \vec{F}_{dış} = \Sigma (m\vec{a})$$

Maddesel noktalar sistemi için
D'Alembert ilkesi

$$= \vec{0}$$

Şekil 2.5

2.5. Bir maddesel Noktalar Sisteminin Kütle Merkezinin Hareketi

Bir maddesel noktalar sisteminin kütle merkezi şöyle tanımlanır:

$$\vec{r}_G = \frac{\sum m \vec{r}}{\sum m}$$

Skaler olarak:

$$X_G = \frac{\sum mx}{\sum m}, \quad Y_G = \frac{\sum my}{\sum m}, \quad Z_G = \frac{\sum mz}{\sum m}$$

Ağırlık merkezi ile kütle merkezi aynı değildir. Çünkü yerçekimi doğrultusu her noktada tam paralel değildir. Ancak, inşaat mühendisliği hesaplarında ağırlık merkezi ile kütle merkezi aynı kabul edilir.

t'ye göre türev alınırsa :

$$\frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{\sum (m \frac{d\vec{r}}{dt})}{\sum m} \quad \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \vec{v}_G = \text{Kütle merkezi hızı}$$

$$\vec{v}_G = \frac{\sum m \vec{v}}{\sum m} \quad \text{bir daha türev alınırsa} \quad \vec{a}_G = \frac{\sum m \vec{a}}{\sum m}$$

$$\sum \vec{F}_{dış} = \sum m \vec{a} \quad \text{bulunmuştu (D'Alembert ilkesi)} \quad \sum m \vec{a} \text{ yerine konulursa:}$$

$$\vec{a}_G = \frac{\sum \vec{F}_{dış}}{\sum m} \quad \sum \vec{F}_{dış} = (\sum m) \vec{a}_G$$

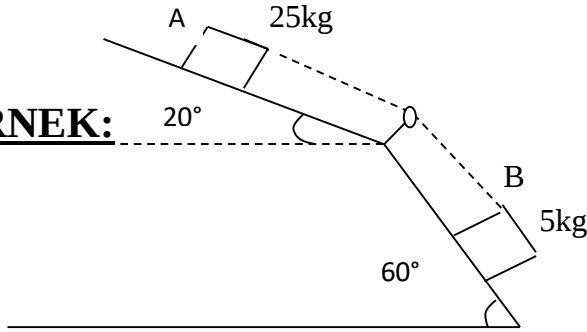
Bir maddesel noktalar sisteminin kütle merkezi, sistemin bütün kütlesi ve bütün dış kuvvetleri bu noktada toplanmış gibi Newton'un ikinci kanununa göre hareket eder.

2.6. Maddesel Noktanın Doğrusal Hareketi

Dış kuvvetler etkisinde bir noktanın bir doğru üzerinde hareket ettiğini düşünürsek:

$$\Sigma F_x = ma_x \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0 \text{ olur.}$$

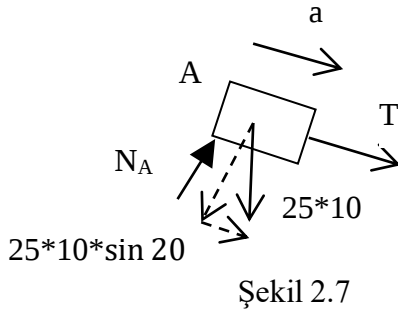
ÖRNEK:



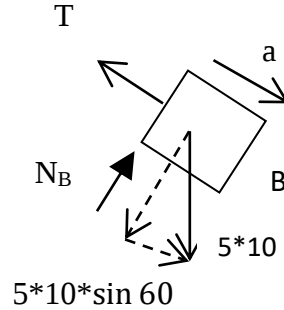
Şekil 2.6

Sürtünmeyi ihmal ederek ve ikisi birden serbest bırakılırsa şekildeki kütleler 3sn'de ne kadar yol alır $g=10\text{m/sn}^2$.

Bu bağlantı şekli ile iki blokun aynı sürede aynı yolu gidecekleri ve hızları ve ivmelerinin belirli bir anda aynı olacağı açıktır.



Şekil 2.7



Bu iki cisim için ayrı ayrı $\Sigma F = ma$ denklemi kullanılacak.

$$\Sigma F = ma$$

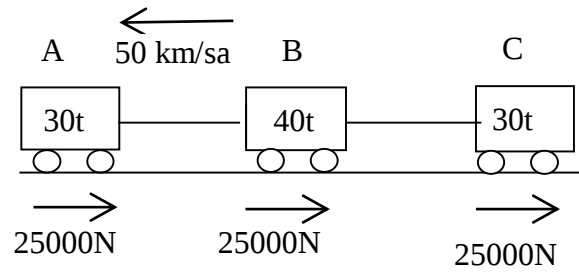
$$T + 25 \cdot 10 \cdot \sin 20 = 25a$$

$$-T + 5 \cdot 10 \cdot \sin 60 = 5a$$

$$30a = 128,8$$

$$a = 4,29 \text{ m/s}^2 \quad d = at^2 / 2 = 19,32 \text{ m}$$

ÖRNEK:



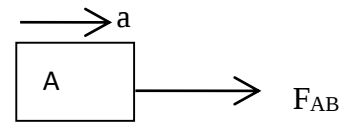
Şekil 2.8

Şekildeki tren 50 km/sa hızla yol almaktadır. Fren yapılıncaya birbirlerine bağlanma yerlerinde ne kadar kuvvet iletilir. Vagon başına fren kuvveti 25000 N dur. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

$$\Sigma F = (\Sigma m)a$$

$$3 \cdot 25000 = 100000 \cdot a$$

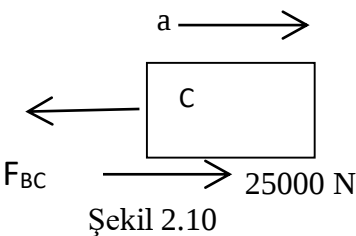
$$a = 0,75 \text{ m/s}^2$$



Şekil 2.9

$$25000 + F_{AB} = 30000 \cdot (0,75)$$

$$F_{AB} = -2500 \text{ N (Basınç)}$$

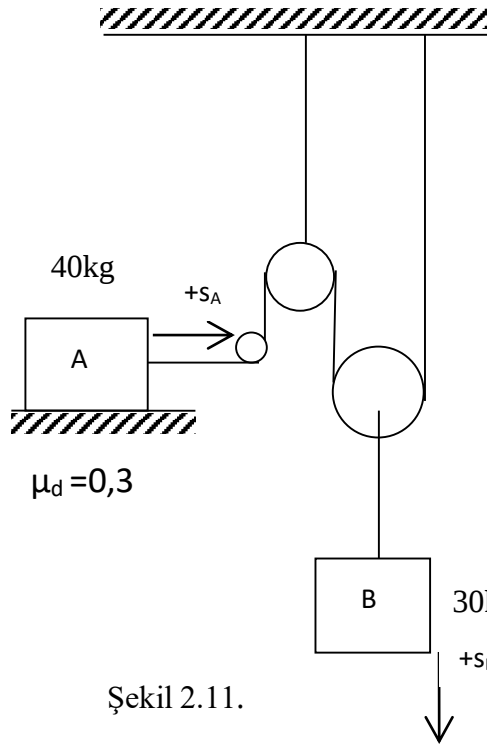


Şekil 2.10

$$25000 - F_{BC} = 30000 \cdot (0,75)$$

$$F_{BC} = 2500 \text{ N (Çekme)}$$

ÖRNEK



Şekil 2.11.

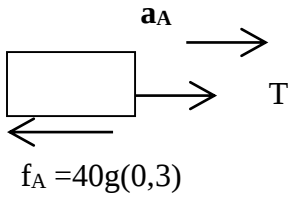
A ve B kütleleri aynı anda serbest bırakılırsa 1 sn sonra B'nin hızı ne olur. ($g=10 \text{ m/sn}^2$)

$$2s_B - s_A = 0$$

$$2V_B - V_A = 0$$

$$2a_B - a_A = 0$$

$$a_A = 2a_B$$



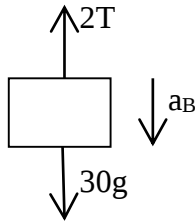
Şekil 2.12.

$$\Sigma F = ma$$

$$T - 40g(0,3) = 40a_A$$

$$T - 40g(0,3) = 40(2a_B)$$

$$T - 40g(0,3) = 80a_B \dots \dots \dots (1)$$



Şekil 2.13

$$\Sigma F = ma$$

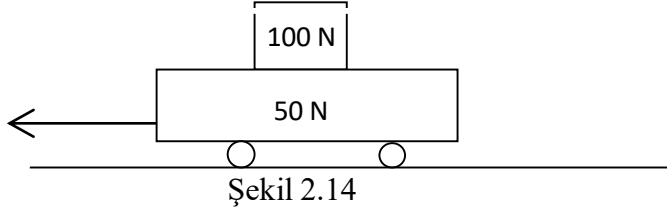
$$-2T + 30g = 30a_B \dots \dots \dots (2)$$

1 ve 2 denklemlerinin ortak çözümünden

$$a_B = 0,3095 \text{ m/sn}^2 \quad \text{bir sn sonra } V_B = 0 + a_B(1)$$

$$V_B = 0,3095 \text{ m/sn}$$

ÖRNEK:

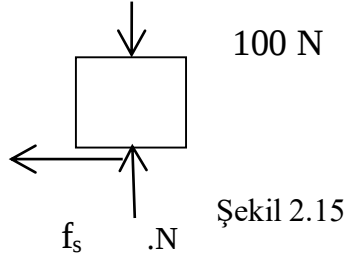


100 N'luk sandık ile 50 N'luk araba arasındaki statik ve kinetik sürtünme katsayıları sırası ile $\mu_s = 0,25$ ve $\mu_k = 0,15$ olarak verilmiştir. $P=40$ N ve tekerleklerde sürtünme yok ise

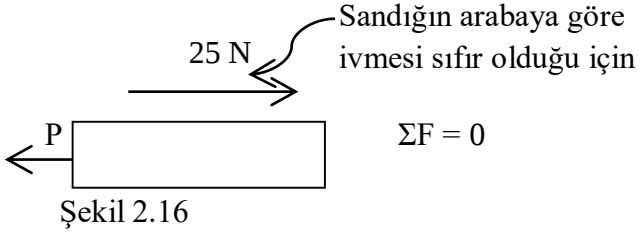
- Arabanın ivmesini
- Sandığın ivmesini
- Arabanın sandığa göre ivmesini bulunuz.

Statik durumda :

25 N



$$\text{en fazla } f_s = \mu_s \cdot N = 0,25 \cdot 100 =$$

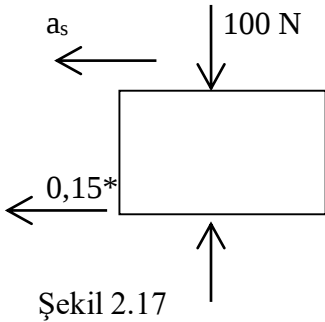


$$\Sigma F = 0$$

$$P - 25 = 0$$

$$P = 25 < 40$$

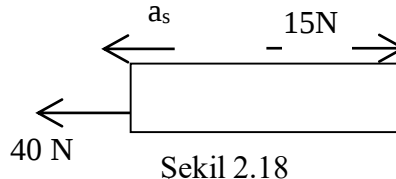
olduğundan sandık hareket eder ve $\mu = \mu_d = 0,15$



$$\Sigma F = ma$$

$$0,15 \cdot 100 = (100 a_s)/g$$

$$a_s = 0,15 \cdot g = 1,47 \text{ m/s}^2$$



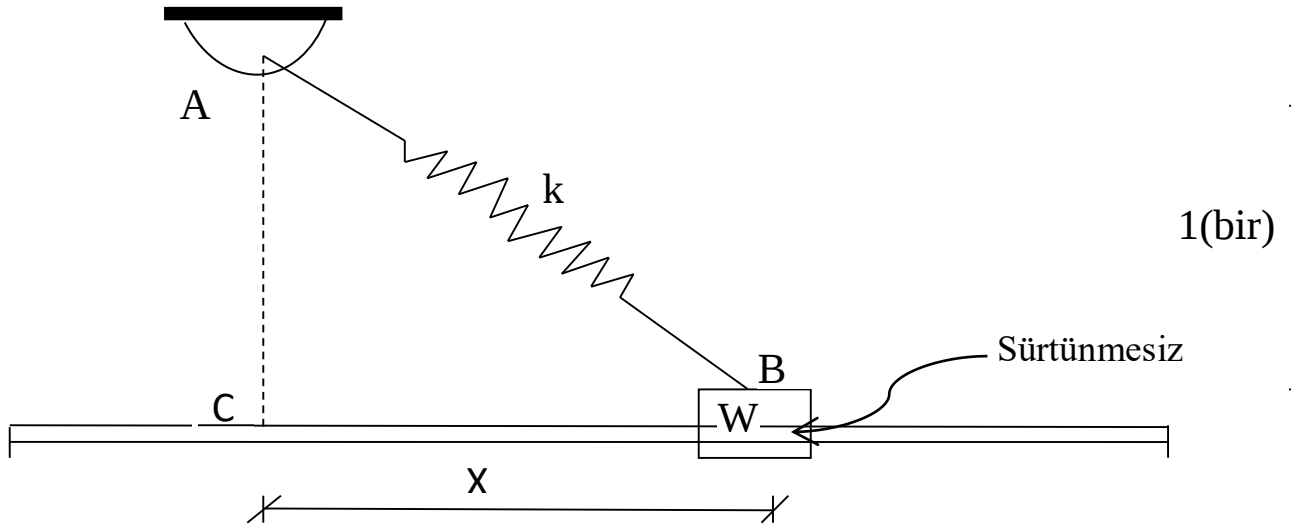
$$\Sigma F = ma$$

$$40 - 15 = (50/g) a_a$$

$$a_a = 4,8 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Bağıl ivme} = 4,8 - 1,47 = 3,43 \text{ m/s}^2$$

ÖRNEK: Katsayısı “k” olan bir AB yayı A ucundan bir mafsala B ucundan ise W ağırlığındaki bir bileziğe bağlıdır. Kuvvet sıfırken yayın boyu l(bir) ise bileziğin ivmesini x uzaklığının fonksiyonu olarak ifade ediniz. Sürtünme gözardı edilecek.



Şekil 2.19

$\Sigma F = ma$ $\rightarrow$ Yay kuvvetinin yatay bileşeni

$$F_{\text{yay}} = k * \Delta l$$

$$\Delta l = \text{son boy} - \text{ilk boy}$$

$$\text{Son boy} = \sqrt{l^2 + x^2}, \quad \Delta l = \sqrt{l^2 + x^2} - l$$

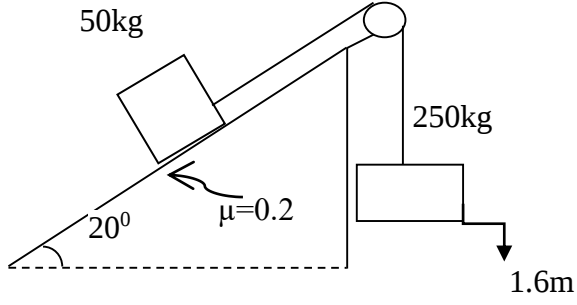
$$F_{\text{yay}} = k * (\sqrt{l^2 + x^2} - l)$$

$$\text{Yatay bileşeni} = k * (\sqrt{l^2 + x^2} - l) * \frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}}$$

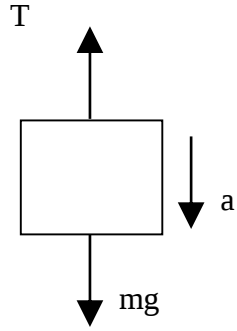
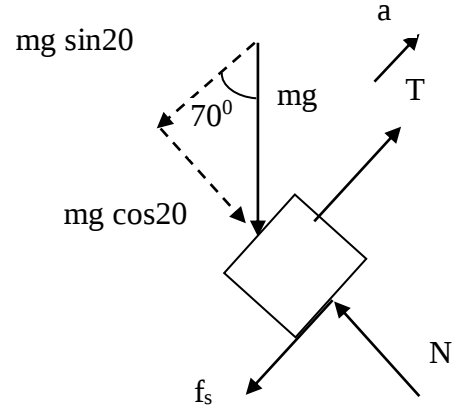
$$a = F/m \quad a = k / (W/g) * (\sqrt{l^2 + x^2} - l) * \frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}} \quad \rightarrow \quad a = a(x)$$

ÖDEV: (İlk örnek gibi çözülecek.)

Sistem serbest bırakılınca sistemin ivmesi ve ipteki gerilme ne olur? 250 kg lık cisim 1,6 m aşağıya indiğinde hızı ne olur ($g=10 \text{ m/s}^2$)



Şekil 2.20



Şekil 2.21