



# ZİMBALAMA ETKİSİ

PROF. DR. CENGİZ DÜNDAR

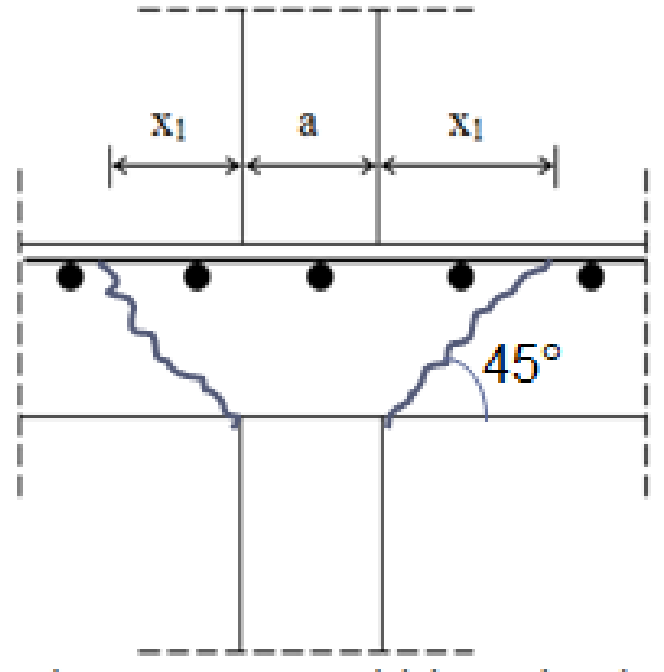
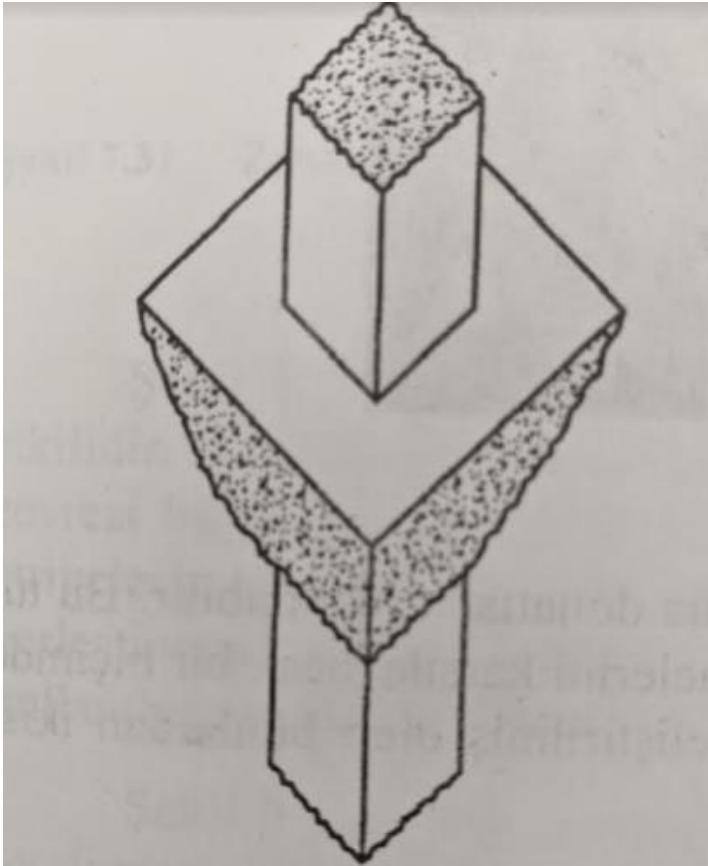


## ZİMBALAMA ETKİSİ

Döşemelerin doğrudan kolonlar tarafından taşındığı kirişsiz döşeme sistemlerinde, kolon yöresinde oluşan asal çekme gerilmeleri oldukça yüksek çıkabilir ve betonun çekme dayanımını aşabilir. Bu sorun betonarme kirişlerdeki eğik çekme sorununa çok benzer. Ancak kirişsiz döşemelerde kolonlar yöresindeki asal gerilmeler nedeni ile oluşan bu eğik çekme sorunu kirişlerdekine oranla daha karmaşıktır. Çünkü plaklardaki gerilme durumu üç boyutludur. Tekil betonarme sömellerde de kolonun sömel plağına uyguladığı yük nedeniyle aynı sorun oluşmaktadır.

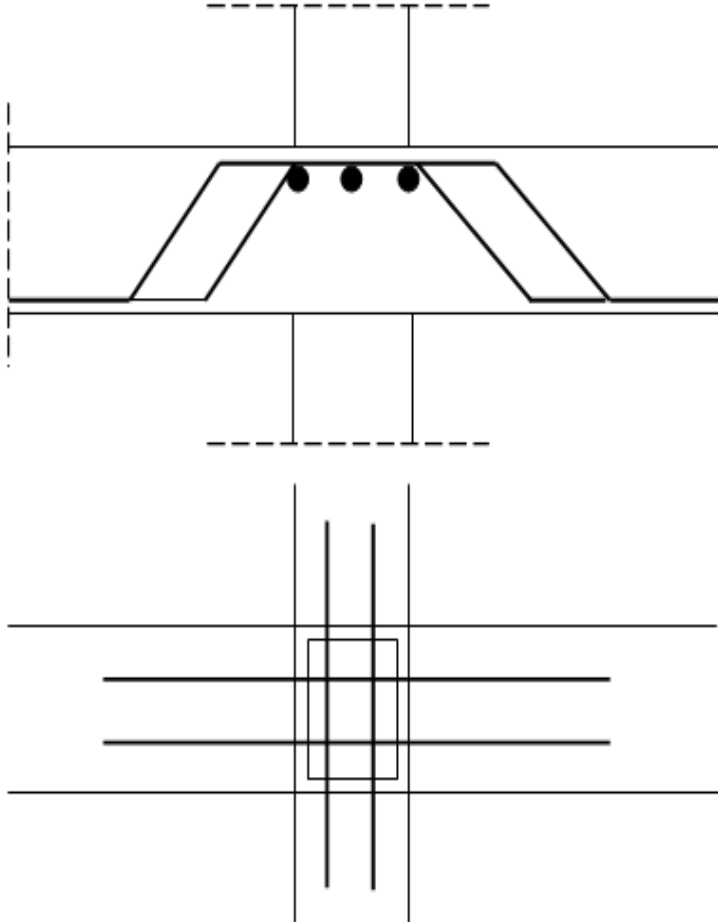


Kirişsiz döşeme ve tekil temellerde kolon yöresinde oluşan bu asal çekme gerilmeleri betonun çekme dayanımını aştığında, asal çekme gerilmelerine dik yönde eğik çatlaklar oluşur. Asal çekme gerilmeleri genelde plak düzlemine  $45^\circ$  lik bir açı yaptığından, çatlaklar da  $45^\circ$  lik bir eğim ile oluşur.

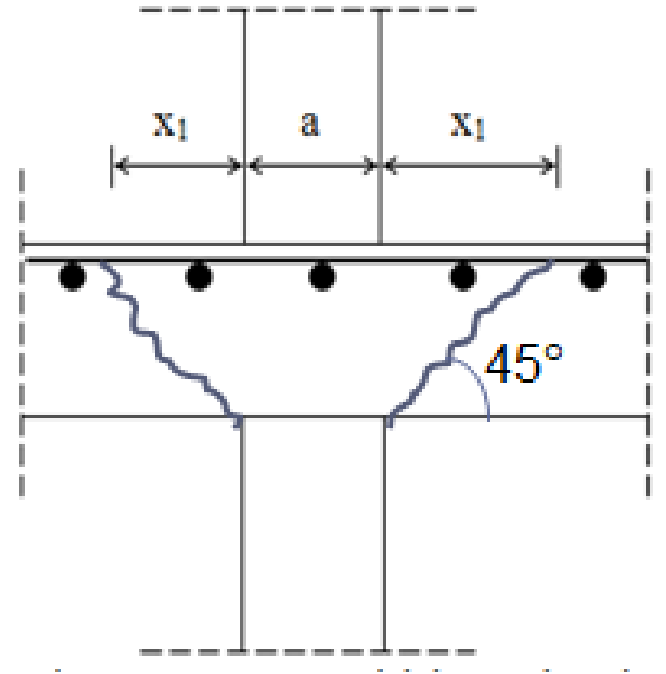
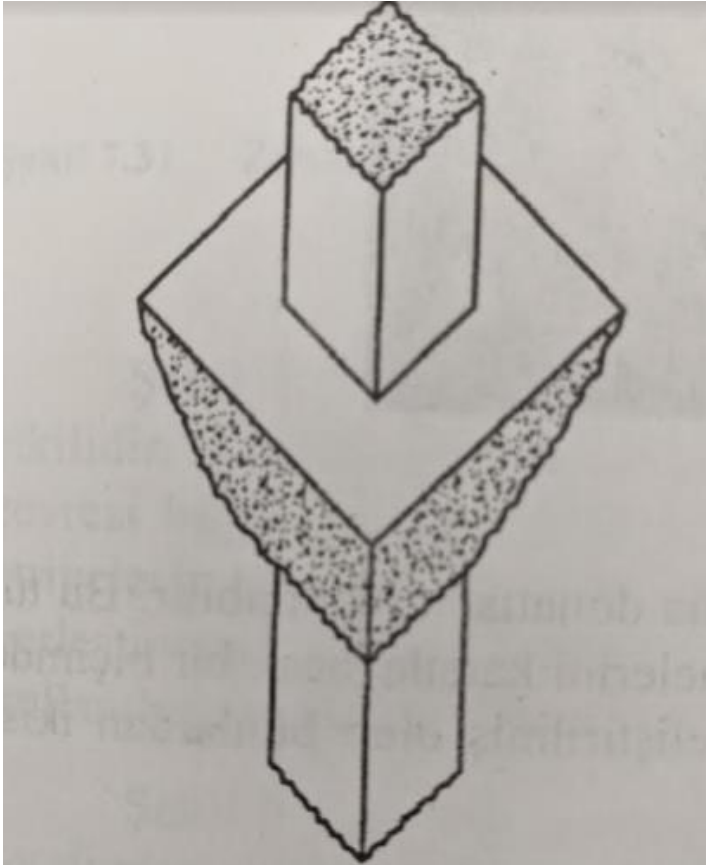


Önlem olarak özel kayma donatısı kullanıldığında çatlak eğimin azaldığı gözlenmiştir.

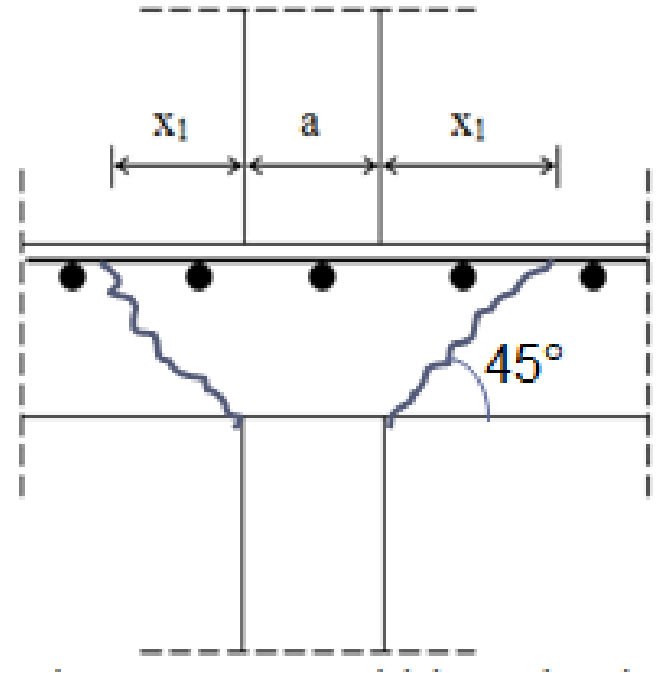
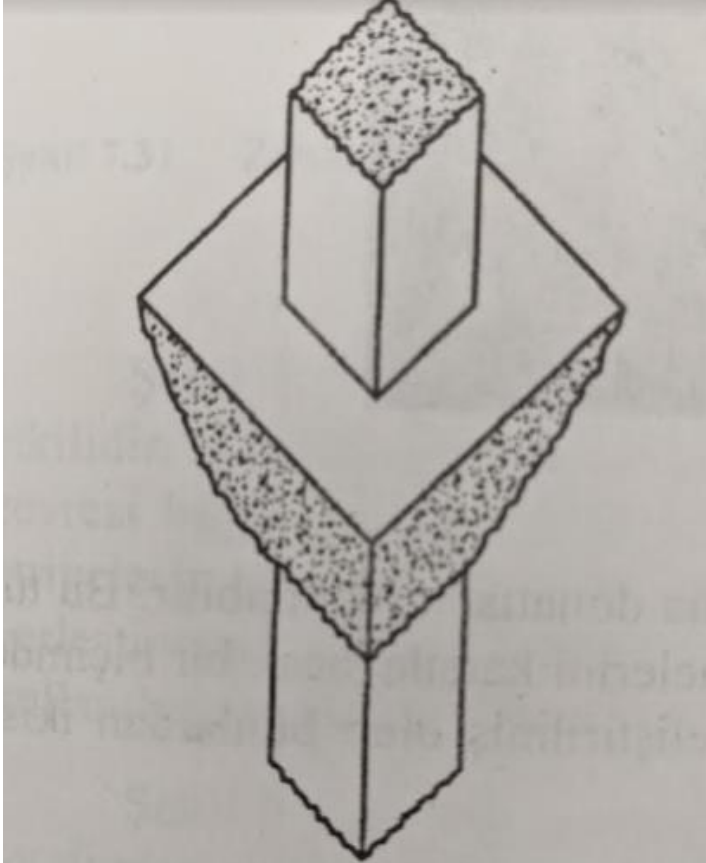
Zımbalama dayanımını arttırmak için, özel zımbalama donatısı kullanılabilir.



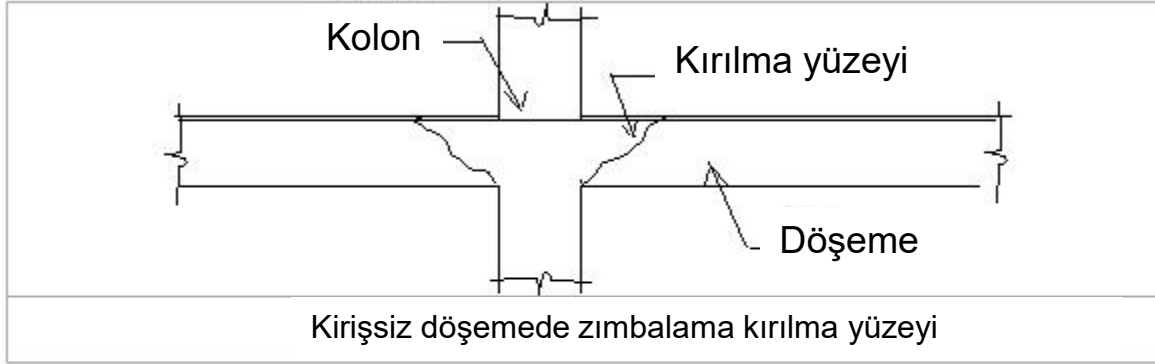
Çatlakların oluşması ile kesme kuvvetini taşıyan betonun dayanımı büyük ölçüde azaldığından, kolon, döşeme veya temel plağını zımbalayarak deler. Bu tür kırılma son derece ani ve gevrektrir. Zımbalama sonucu kolon başında oluşacak piramit parçalarının yüzeylerin eğimi çatlağın eğimi ile aynı olacaktır.



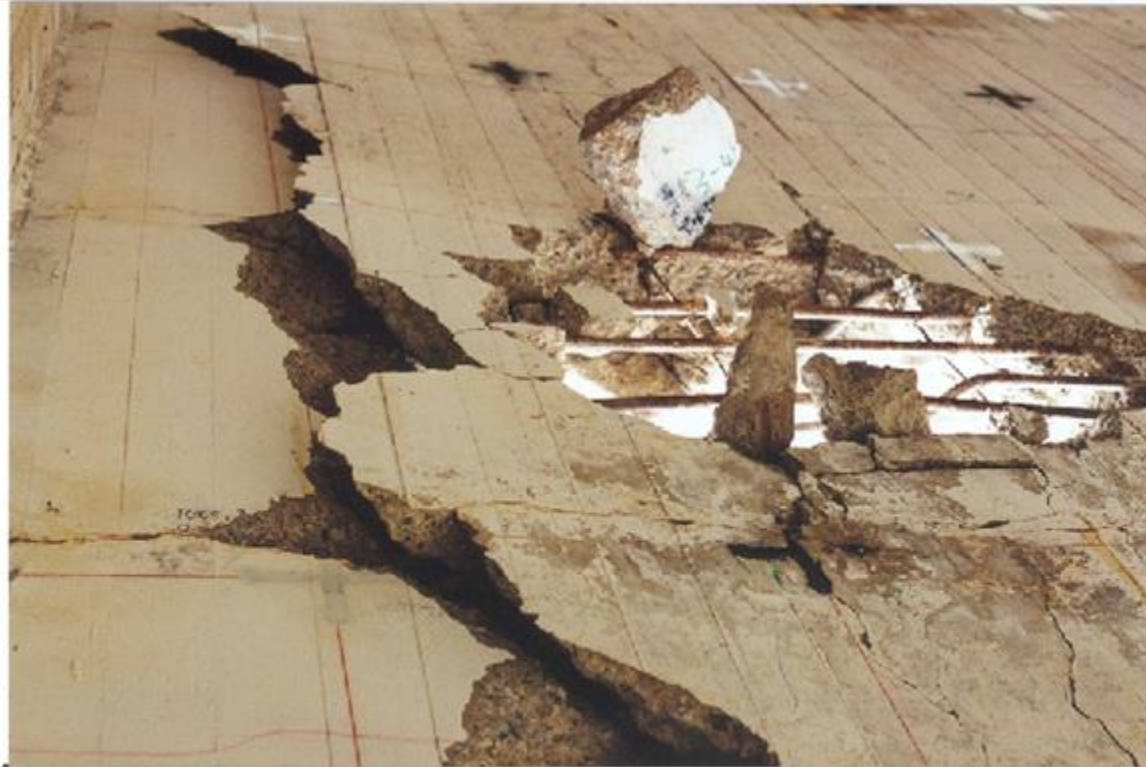
Zımbalamaya neden olan bu çatlaklar genelde döşeme üst yüzünde oluşan eğilme çatlaklarının alttaki basınç bölgesine doğru gittikçe eğilmelerinden oluşur. Bu nedenle zımbalama kırılması kirişteki kesme-basınç kırılmasına benzetilir. Son derece ani ve gevrek olan zımbalama kırılması, tüm yapının birkaç saniye içinde yerle bir olmasına neden olabilir.



## Yapılarda zımbalama kesmesi kırılma örnekleri



#



Köprü tabliyesinde tipik zımbalama kesme kırılması



Zımbalama kesmesi sonucu kirişsiz döşemenin  
kolondan sıyrılarak kırılması



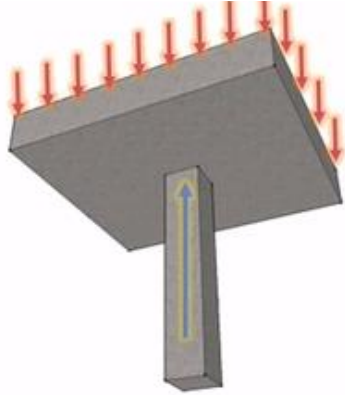


Çok katlı bir yapıda kirişsiz döşeme plağının ani yükleme altında zımbalama kesmesi ile tüm katlar boyunca kolondan sıyrılarak göçmesi

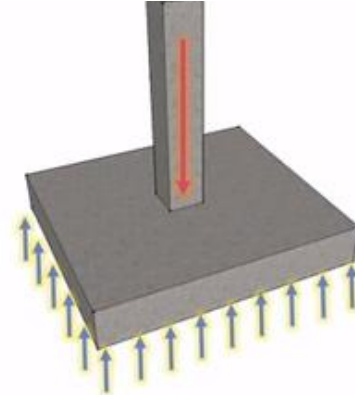


## ZİMBALAMA KESMESİ NEDİR?

- Zımbalama kesmesi bir beton bölümünün küçük bir bölgesine bir yük uygulandığında ortaya çıkan gevrek bir kırılma modudur.
- Eğer önlem alınmazsa kolonlar tarafından taşınan kirişsiz döşemelerde ve tekil temel plaklarında zımbalama kırılması ortaya çıkabilir.



Kirişsiz döşeme

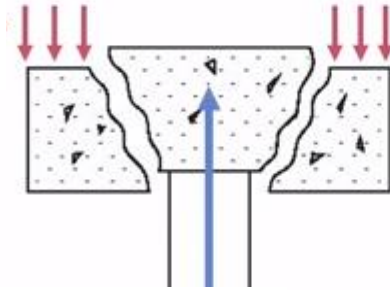


Tekil temel plağı

## ZİMBALAMA KESMESİ NEDİR?

- Kirişsiz Döşemelerde kırılma kolondan döşemeye karşı oluşan reaksiyon nedeniyle meydana gelir.
- Temelerde ise kırılma temelden kolona karşı oluşan reaksiyon nedeniyle meydana gelir.

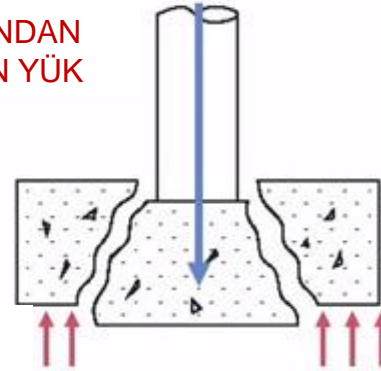
DÖŞEMEDEN  
GELEN YÜK



KOLONDAN GELEN  
REAKSİYON

**KİRİŞSİZ DÖŞEME**

KOLONDAN  
GELEN YÜK

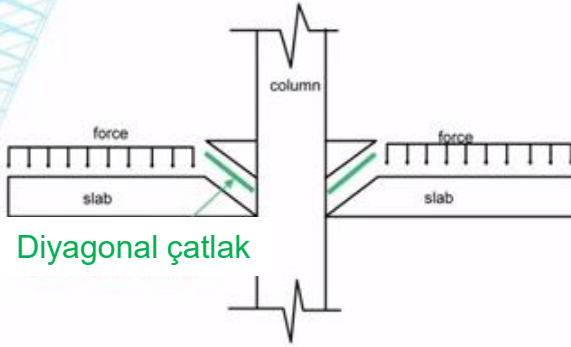


TEMELDEN  
GELEN  
REAKSİYON

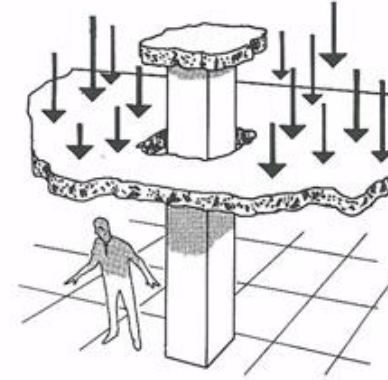
**TEKİL TEMEL PLAĞI**

## ZİMBALAMA KESME KIRILMASI

Diyagonal çekme çatlakları döşemenin yüklü alanı çevresine bir yüzey oluşturur. Çökme döşeme kırılma yüzeyinde kesik koni boyunca meydana gelir.



**KİRİŞSİZ DÖŞEME**



## PIPER'S ROW, OTOPARK BİNASI WOLVERHAMPTON, UK, 1997, YAPIM TARİHİ : 1965

Otopark kirişsiz döşemesinde bir kolonda meydana gelen zımbalama kesme kırılması sekiz bitişik kolonda benzer şekilde ilerleyen çökmeye neden olmuştur.

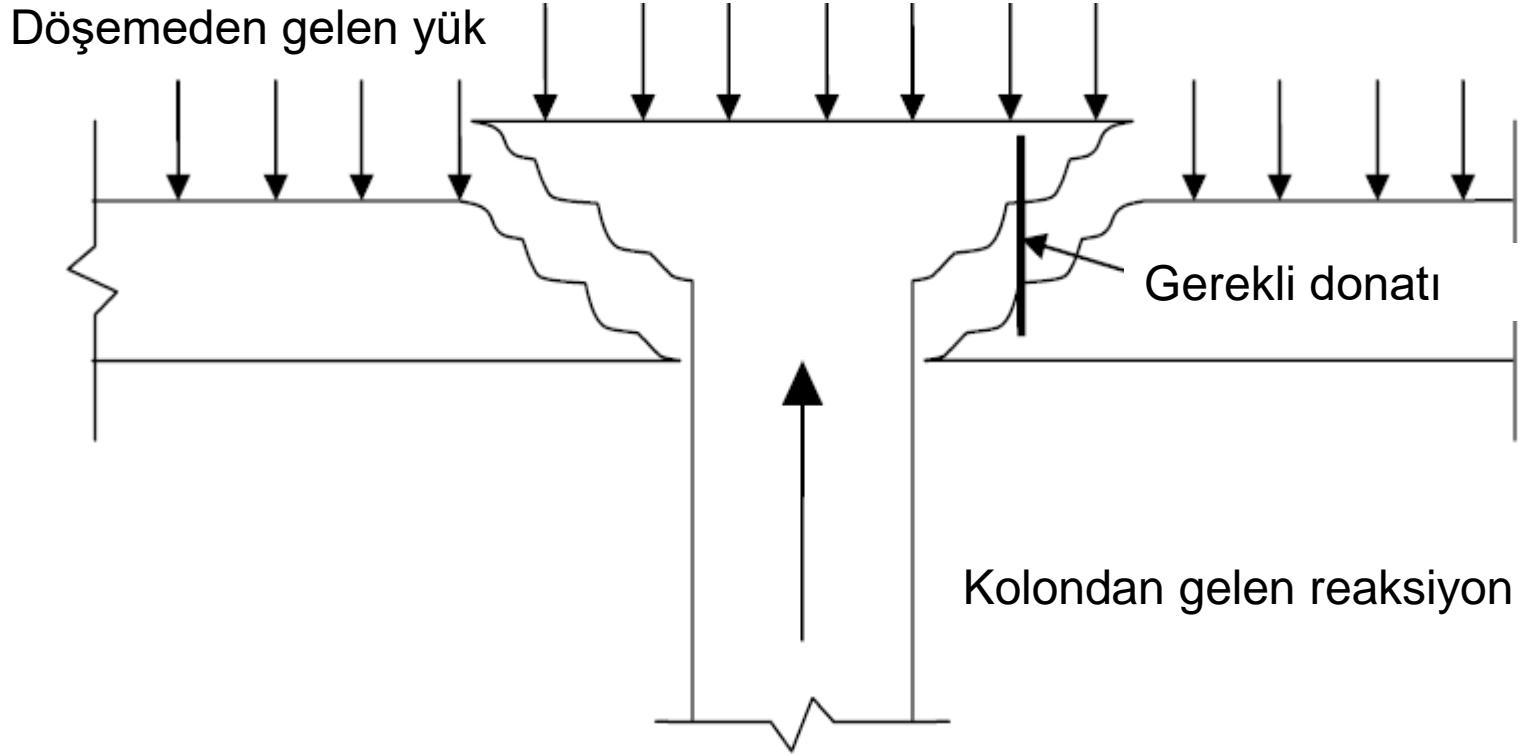
Sonuçta 400 otomobil park yeri kapasiteli otopark yapısının tümünün yıkılarak yeniden yapılması zorunlu olmuştur.



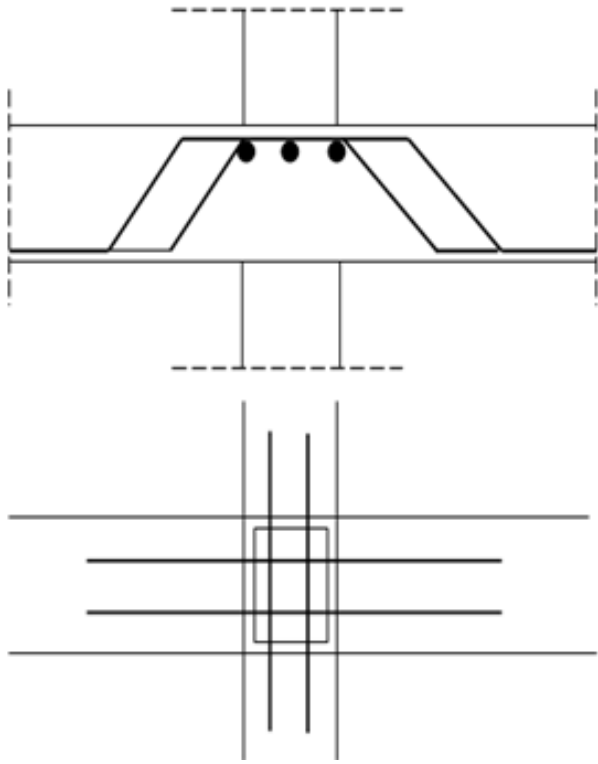




## Kirişsiz döşeme plağında zımbalama kesmesi kırılması



Zımbalama dayanımını arttırmak için özel zımbalama donatısı kullanılabilir. Bu tür donatı asal çekme gerilmelerini karşılayacak şekilde düzenlenmelidir.



Şekilde gösterilen tür, kirişteki pilyelere çok benzemektedir. Aradaki tek fark döşemelerde pilyeler iki dik yönde düzenlenmelidir. Yapılan deneyler pilye donatısının yeterince etkili olmadığını göstermiştir. Nedeni döşemeler kirişler kadar derin olmadığından zımbalama donatısının yeterince kenetlenememesi ve zımbalama donatısı nedeni ile çatlak eğiminin azalmasıdır.





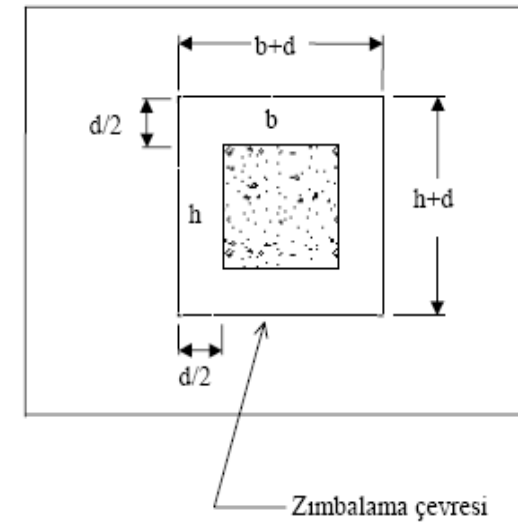
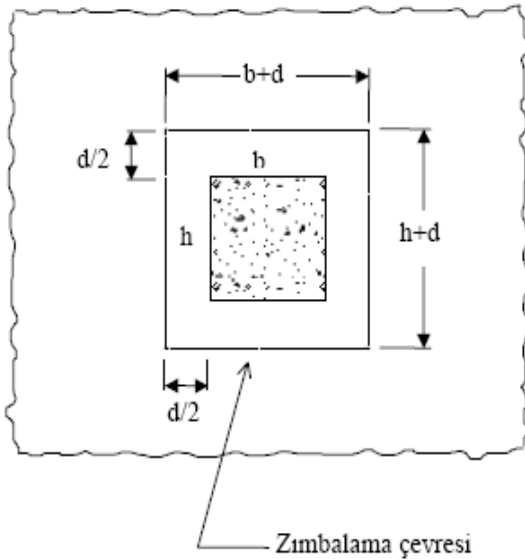
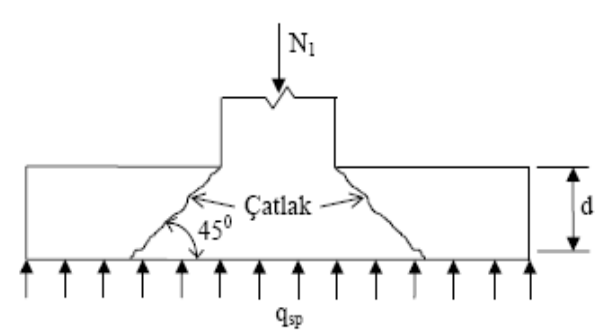
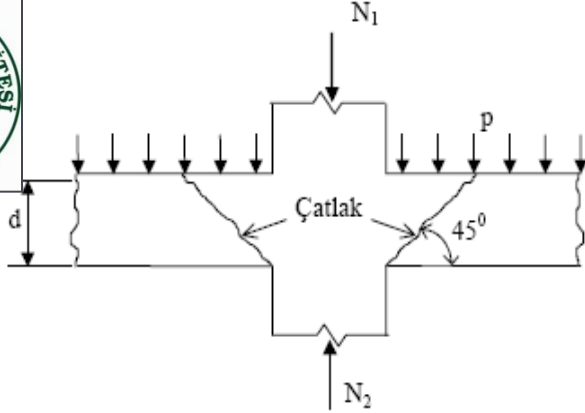
Bu ve buna benzer nedenlerle TS500-2000 de kalınlığı 25 cm' den az olan döşemelerde zımbalama donatısı kullanılmasına izin vermemektedir. Döşeme kalınlığı  $h_f \geq 25 \text{ cm}$  olan döşemelerde ise gerekli zımbalama donatısı alanı hesaplanırken donatı hesap gerilmesinin  $f_{yd}$  yerine  $0.5f_{yd}$  alınması önerilmektedir. Bu durum ise zımbalama donatısının güvenliğin sağlanmasında %50 etkili olduğunun kabul edildiği anlamına gelir.



## Betonarme Plakların Zımbalama Dayanımı:

Zımbalama donatısı bulunmayan betonarme plaklardaki zımbalama gerilmesi plağa uygulanan kesme kuvvetini zımbalama alanına bölünerek bulunur. Zımbalama dayanımı ise beton çekme dayanımı zımbalama alanı ile çarpılarak hesaplanır. **TS500** de zımbalama bölgesi özellikleri ve tasarım zımbalama kuvvetinin hesabı kirişsiz döşeme tekil temel için tanımlanmaktadır.





$$V_{pd} = N_2 - N_1 - F_a$$

$$F_a = p(b+d)(h+d)$$

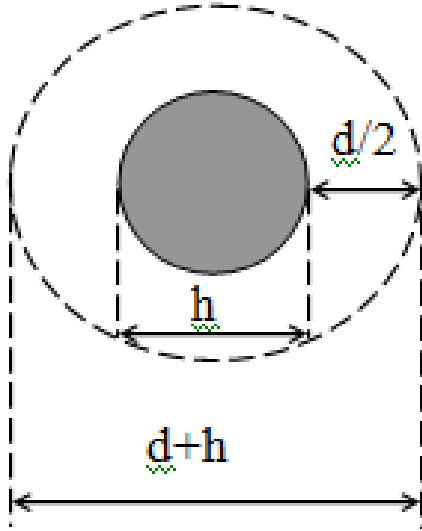
a. Kirişsiz Döşeme

$$V_{pd} = N_1 - F_a$$

$$F_a = q_{sp}(b+d)(h+d)$$

b. Temel

ŞEKİL 8.2 - Zımbalama Bölgesi Özellikleri ve Tasarım Zımbalama Kuvveti



$$F_a = p \frac{\pi (d + h)^2}{4}$$

$$A_p = U_p (d)$$

$A_p$ : Zımbalama alanı

$U_p$ : Zımbalama çevresi

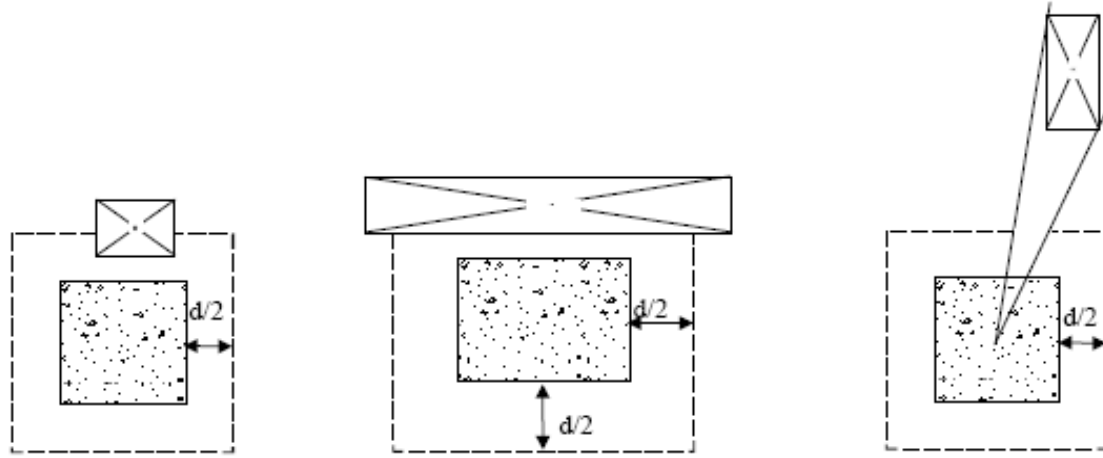
Bu durumda zımbalama dayanımı;

$$V_{pr} = A_p f_{ctd} = U_p d f_{ctd}$$

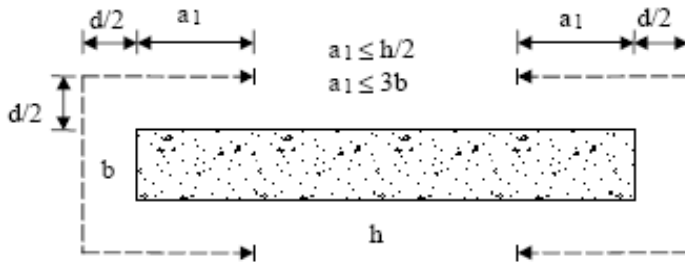
Kenar kolonlar ve geometrisi dikdörtgenden değişik kesitler için zımbalama çevresinin hesabı:



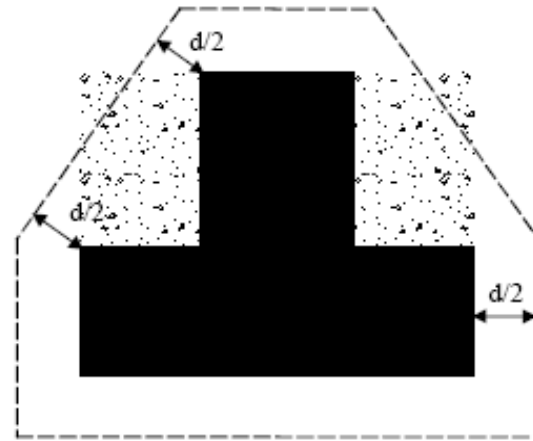
### ŞEKİL 8.4 - Özel Durumlarda Zımbalama Çevresi



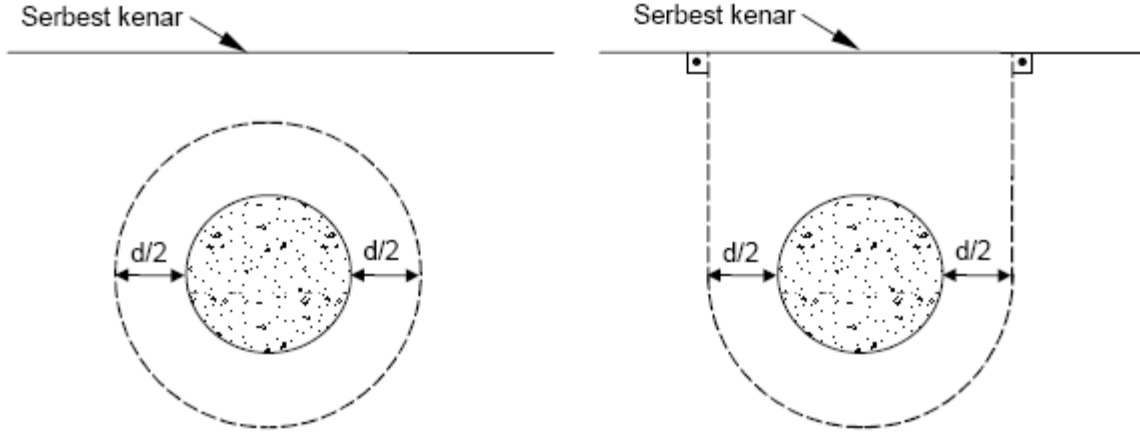
a. Döşeme boşlukları



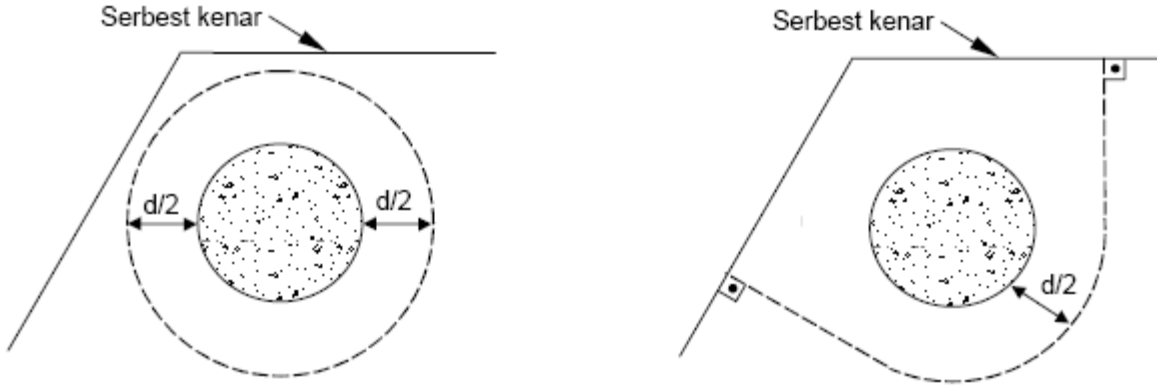
b. Basık dikdörtgen kolon kesiti



c. İçbükey çevreli kolon kesiti



(a) Kenar kolon için iki seçenek



(b) Köşe kolon için iki seçenek

ŞEKİL 8.5 - Kritik Kesit Seçenekleri



Plağa kolon çevresinde uygulanan toplam kuvvet  $V_d$  olarak gösterilirse, zımbalama güvenliği aşağıdaki koşulun sağlanması olarak tanımlanabilir.

$$V_{pr} \geq V_d$$

**TS 500 Denk. (8.20)**

Plağa uygulanan kuvvet  $V_d$ , hesaplanırken, kolonlardan döşemeye aktarılan momentin bir bölümünün oluşturacağı kesme kuvvetleri de dikkate alınmalıdır. Momentin olmadığı veya ihmal edilebilir düzeyde olduğu durumlarda  $V_d$  hesaplanırken, zımbalama çevresi içinde kalan yayılı yük, hesap kesme kuvvetinden çıkarılmalıdır.

$$V_d = F_d - F_a$$

$F_d$  : Sömelerde kolon aksenal yükü, döşemelerde ise alt ve üst kolonların aksenal yüklerinin farkıdır.





$$F_d = F_2 - F_1$$

Zımbalama alanı içine düşen yükü simgeleyen  $F_a$  nın nasıl bulunacağı bir önceki şekilde açıklanmıştır.

Daha önce,  $V_d$  hesap kesme kuvvetinin momentler nedeni ile oluşan kesme kuvvetini de içermesi gerektiği söylenmişti.  $V_d$  nin moment etkisi içermesi yerine  $V_{pr}$  ile belirlenen zımbalama dayanımının belirli bir katsayı ile azaltılması uygun olacaktır.





TS500 de ( $V_d$ ),  $V_d = F_d - F_a$  ile hesaplanır.

$$V_{pr} \text{ ise ; } V_{pr} = \gamma (U_p) d f_{ctd} \quad \text{TS 500 Denk. (8.21)}$$

$\gamma$  : Moment etkisi altında zımbalama dayanımını azaltan katsayı

( $\gamma \leq 1$ ). Momentin sıfır veya ihmal edilebilecek düzeyde olduğu durumlarda  $\gamma = 1$  alınmalıdır.

Dikdörtgen kesitli kolonlar: 
$$\gamma = \frac{1}{1 + 1.5 \frac{e_x + e_y}{\sqrt{b_1 b_2}}} \quad \text{TS 500 Denk. (8.24)}$$



Dairesel kesitli kolonlar:

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{2e}{d + h}}$$

TS 500 Denk. (8.25)

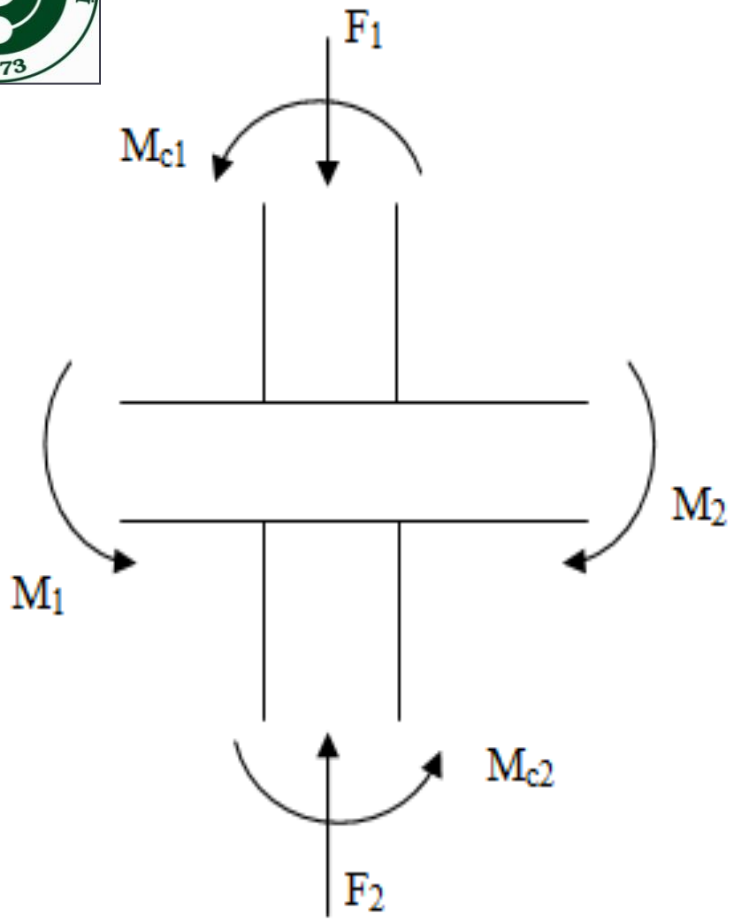
$e$ ,  $e_x$ ,  $e_y$  : **Dış merkezlik hesaplanırken sömelerde kolon momentinin %40' ı temel alınmalıdır. Döşemelerde ise kolon iki yüzünde döşemenin dengelenmemiş momentinin %40 ı dış merkezliğin hesaplanmasında temel alınmalıdır.**

$b_1$ ,  $b_2$ : Zımbalama çevresinin boyutları.

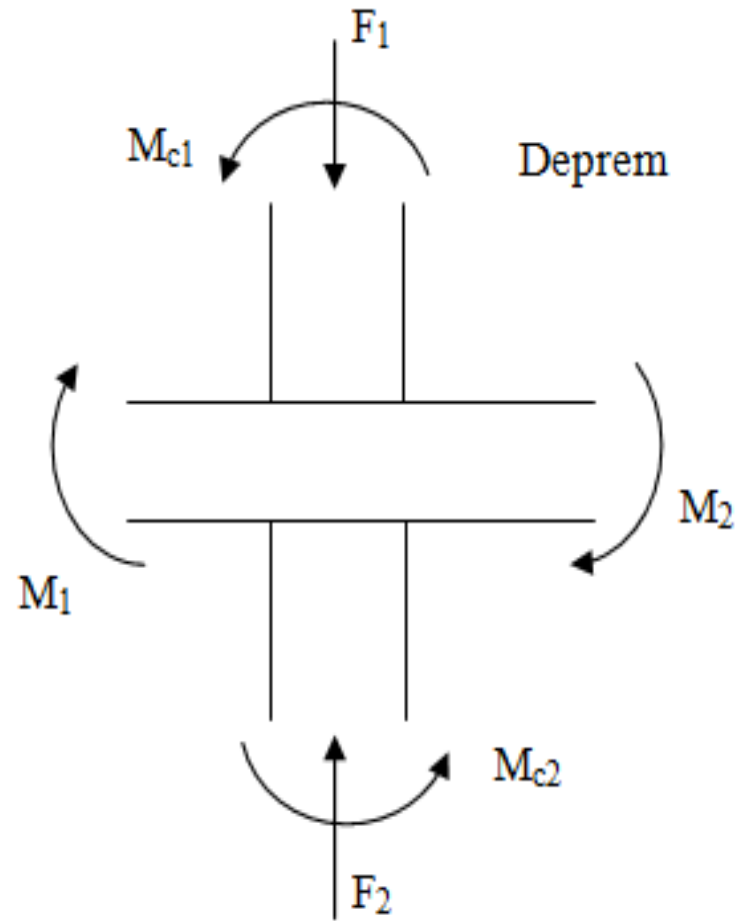
$d$ : Döşeme faydalı yüksekliği.

$h$ : Dairesel kolonun çapı.





$$M_2 > M_1, e = \frac{M_2 - M_1}{F_2 - F_1} \times 0.4$$



$$e = \frac{M_2 + M_1}{F_2 - F_1} \times 0.4$$



Döşemede kolon yüzüne bitişik veya yakın boşlukların bulunduğu durumlarda, zımbalama çevresini azaltmak gerekir. **TS500** de, kolon ekseninden boşluğa teğet iki doğru çizilmesi ve zımbalama çevresinin iki teğet arasında kalan bölümün dikkate alınmaması önerilir. Kolon yüzünden (**5d**) den daha uzakta bulunan boşluklar dikkate alınmayabilir.

## Döşeme ve Tekil Sömelerde Zımbalama Güvenliği ile İlgili Yapılması Gereken İşlemler:

- Zımbalama yükü hesaplanır.

$$V_d = F_d - F_a$$

$$F_d = F_2 - F_1 \quad (\text{yük katsayısı uygulanmış yükler})$$

$$F_a = p (b_1)(b_2) \text{ veya } F_a = q_{sp} (b_1)(b_2)$$





• Zımbalama çevresi ( $U_p$ ) kolon yüzünden ( $d/2$ ) uzaklığında hesaplanır.

Dikdörtgen kolon için:

$$U_p = 2(b_1 + b_2), \quad b_1 = h + d, \quad b_2 = b + d \quad (\text{delikler dikkate alınmalıdır}).$$

• Döşemenin dengelenmemiş momentinin %40' ını temel alarak, dış merkezlik veya dış merkezlikleri hesaplanır.

$$e = \frac{M_2 + M_1}{F_2 - F_1} \times 0.4$$

- $\gamma$  katsayısı hesaplanır.
- Betonun hesap çekme dayanımı  $f_{ctd}$  belirlenir.
- Zımbalama dayanımı hesaplanır.

$$V_{pr} = \gamma f_{ctd} U_p d$$

• Eğer  $V_{pr} \geq V_d$  ise, zımbalama güvenliği sağlanmıştır.



•Eğer  $V_{pr} < V_d$  ise, döşeme kalınlığı veya kolon boyutlarını büyütterek  $V_{pr} \geq V_d$  koşulu sağlanır. Deprem momentleri nedeni ile  $V_{pr} < V_d$  ise, zımbalama donatısı kullanarak güvenlik sağlanır. Ancak  $V_d \leq 1.5V_{pr}$  koşulu mutlaka sağlanmalıdır.

### **Dikkat edilecek hususlar:**

- Yapıda çok iyi bir denetimle, gerekli beton dayanımı kesinlikle sağlanmalıdır.
- Yatay kuvvetler yeterli perde duvarlarla alınmalıdır.
- Kalıp alma sürelerine dikkat edilmeli ve dikmelerin bir bölümü en az iki kat boyunca sökülmeden yerinde bırakılmalıdır.
- Kenar ve köşe kolonlarda döşemenin kolon yüzünden dışarı doğru uzaması sağlanmalı veya döşeme kenarlarında kiriş bulundurulmalıdır. Döşemenin kolon yüzünde bitirildiği durumlarda zımbalama çok kritik olabilir.

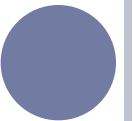


## Zımbalama Donatısı:

Zımbalama donatısında  $f_{yd} = 0.5f_{yd}$  ve  $V_d \leq 1.5V_{pr}$  koşulunun sağlanması önerilmiştir. Pilyelerden oluşan zımbalama donatısı hesabında, betonca karşılanamayan kesme kuvveti temel alınmalıdır. Gerekli pilye alanı (iki dik yöndeki pilye alanlarının toplamı)  $A_{sb}$  ile gösterilirse;

$$A_{sb} = \frac{V_d - V_{pr}}{0.5 f_{yd}} = \frac{(F_d - F_a) - V_{pr}}{0.5 f_{yd}}$$

denklemini ile bulunur.



**Not:** Bağlantıyı tıklamanız durumunda ders dokümanı kapanabilir. Bu durumda bağlantıyı inceledikten sonra tekrar ders dokümanını açmanız gerekebilir.

Engineering Structures 178 (2019) 37–54



Contents lists available at ScienceDirect

Engineering Structures

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/engstruct](http://www.elsevier.com/locate/engstruct)



## Punching strength of conventional slab-column specimens

G.I.B. Rankin\*, A.E. Long

*School of Natural and Built Environment, Queen's University Belfast, N.Ireland, UK*



### ARTICLE INFO

*Keywords:*

Reinforced concrete  
Flat slabs  
Interior slab-column connections  
Punching failure  
Punching strength

### ABSTRACT

This paper presents an improved rational method for predicting the punching strength of conventional reinforced concrete slab-column specimens extending to the nominal line of contraflexure in a flat slab structure. The proposed method of analysis is for square and circular, isotropically reinforced, conventional slab-column specimens, concentrically loaded using square or circular columns. The method is based on an earlier two-phase approach, in which the punching strength was predicted as the lesser of the flexural punching strength and the shear punching strength. The earlier approach had previously been shown to be more reliable than other methods, including the major building code methods, and the proposed method represents a further significant improvement. The improvement in the proposed method is due to the incorporation of slab depth factors for both the flexural and shear modes of punching failure and refinements to the effects of concrete strength, reinforcement percentage and reinforcement yield strength, for the shear mode of punching failure. Comprehensive test data is presented for 217 tests on conventional slab-column specimens reported in the literature in the sixty year period 1956–2016. Analysis of these results by the proposed method resulted in significantly improved correlation over that of the authors' previous two-phase approach. The method is also shown to be significantly more accurate and consistent than the current Eurocode 2 (2004) method, the ACI 318-14 (2014) method and the fib Model Code (2010) method for predicting the punching strength of conventional reinforced concrete slab-column specimens.



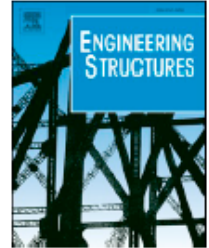
**Not:** Bağlantıyı tıklamanız durumunda ders dokümanı kapanabilir. Bu durumda bağlantıyı inceledikten sonra tekrar ders dokümanını açmanız gerekebilir.



Contents lists available at [ScienceDirect](#)

## Engineering Structures

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/engstruct](http://www.elsevier.com/locate/engstruct)



### Tests on the punching resistance of flat slabs with unbalanced moments

Maurício de Pina Ferreira<sup>a,\*</sup>, Marcos Honorato Oliveira<sup>b</sup>, Guilherme Sales S.A. Melo<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Faculty of Civil Engineering, Federal University of Para, Belem, Brazil

<sup>b</sup> Department of Civil and Environmental Engineering, University of Brasilia, Brasilia, Brazil



#### ARTICLE INFO

##### Keywords:

Flat slabs  
Slab-column connection  
Punching shear  
Eccentric loading  
Unbalanced moments  
Transference of moments  
Shear reinforcement

#### ABSTRACT

This paper presents results of tests on eight reinforced concrete slab-column connections without and with shear reinforcement under monotonic concentric and eccentric loading. The slabs were square, with sides of 2.5 m, 180 mm thick, and were centrally supported on square column stubs with sides of 300 mm. The slabs were cast with concrete with a mean compressive strength of 49 MPa, with constant flexural reinforcement ratio (1.5%) and with different amounts of double-headed studs as shear reinforcement. All the slabs failed by punching shear and their flexural and shear responses, as well as their ultimate punching strengths, are described and discussed by comparing the experimental observations with theoretical results obtained following the recommendations presented by ACI 318, Eurocode 2 and fib Model Code 2010.





## ÖRNEK:

**Bilinenler:** Kirişsiz döşeme. Döşeme 25 cm ( $d=22$  cm), kolon en kesit boyutları 30\*30 cm, döşeme hesap yükü,  $P_d=15$  kN/m<sup>2</sup>

Düşey yük için hesap değerleri:

$N_{d1}=880$  kN,  $N_{d2}=1300$  kN,  $M_{d1}=M_{d2}=0$  (İhmal edilecek kadar küçük).

Deprem + Düşey yük:

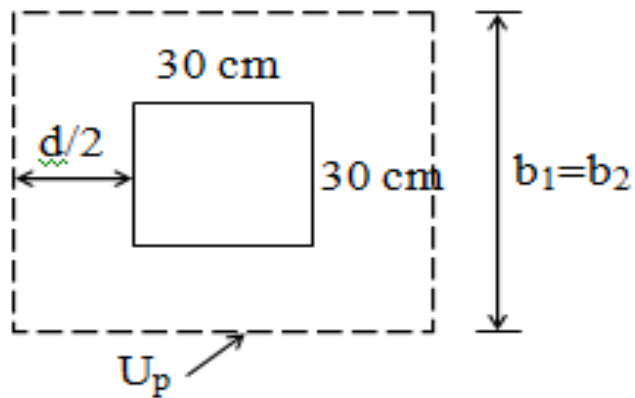
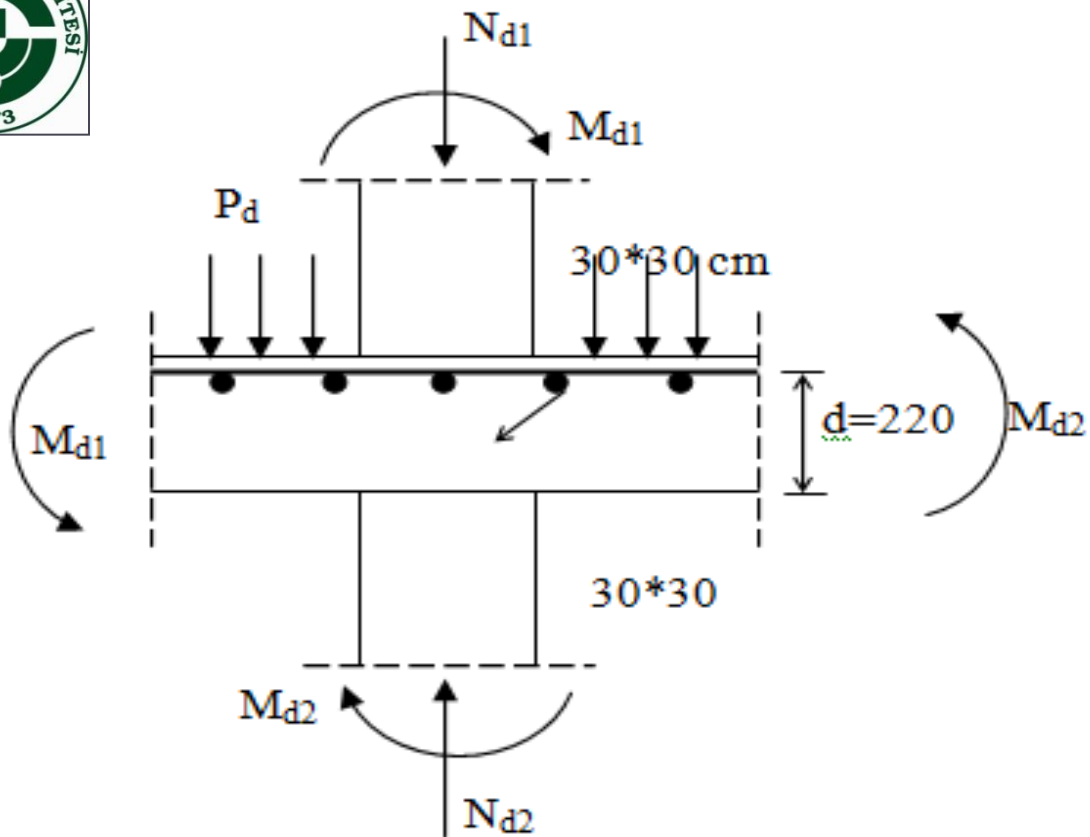
$N_{d1}=800$  kN,  $N_{d2}=1170$  kN,  $M_{d1}=85$  kN m,  $M_{d2}=95$  kN m,  $P_d=10$  kN/m<sup>2</sup>

Malzeme C20, S420,  $f_{ctd}=1.0$  N/mm<sup>2</sup>

**İstenen:** Zımbalama güvenliği kontrolü.

- Yalnız düşey yükler altında
- Deprem + düşey yükler altında





$$b_1 = b_2 = 220 + 300 = 520 \text{ mm}$$

Yalnız düşey yükler için:

$$F_d = F_2 - F_1 = 1300 - 880 = 420 \text{ kN}$$

Zımbalama çevresi:

$$b_1 = b_2 = h + d = 300 + 220 = 520 \text{ mm}, A_p = b_1 * b_2 = 270400 \text{ mm}^2 = 0.27 \text{ m}^2$$

$$U_p = 2(b_1 + b_2) = 2(520 + 520) = 2080 \text{ mm}$$

$$F_a = P_d A_p = 15 * 0.27 = 4.05 \text{ kN}$$

$$V_d = F_d - F_a = 420 - 4.05 = 415.9 \text{ kN}$$

$e = 0$ , bu nedenle  $\gamma = 1$

$$V_{pr} = \gamma f_{ctd} U_p d = 1 * 1 * 10^{-3} * 2080 * 220 = 457.6 \text{ kN}$$

$V_{pr} > V_{pd}$  gereken güvenlik sağlanmıştır.



Deprem+Düşey yükler altında güvenlik:

$$b_1=b_2=520 \text{ mm}, A_p=0.27 \text{ m}^2, U_p=2080 \text{ mm}$$

$$F_d=1170-800=370 \text{ kN}$$

$$F_a=10*0.27=2.7 \text{ kN}$$

$$V_d=370-2.7=367.3 \text{ kN}$$

$$e_x = 0.4 \frac{M_{d1} + M_{d2}}{F_d} = 0.4 \frac{85 + 95}{370} = 0.195 \text{ m} \quad e_y=0$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + 1.5 \frac{e_x + e_y}{\sqrt{b_1 b_2}}} = \frac{1}{1 + 1.5 \frac{195 + 0}{520}} = 0.64$$

$$V_{pr} = \gamma f_{ctd} U_p d = 0.64 * 1 * 10^{-3} * 2080 * 220 = 292.8 \text{ kN}$$

$V_{pr} < V_{pd}$  güvenlik sağlanmıyor.

Döşeme kalınlığı 300 mm yapılacak;

$$b_1=b_2=300+270=570 \text{ mm}, A_p=0.325 \text{ m}^2, U_p=2280 \text{ mm}$$

$F_d=400 \text{ kN}$  (Döşeme kalınlaştığı için  $F_d$  artmıştır.)

$$F_a=10*0.325=3.25 \text{ kN}, V_{pd}=397 \text{ kN}$$

$$e_x = 0.4 \frac{M_{d1} + M_{d2}}{F_d} = 0.4 \frac{85 + 95}{400} = 0.180 \text{ m} \quad e_y=0$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + 1.5 \frac{180}{570}} = 0.68$$

$$V_{pr}=0.68*1*10^{-3}*2280*270=418.6 \text{ kN}$$

$$V_{pr} > V_d$$

Güvenlik düşey yükler için sağlandığından döşeme kalınlığı arttırılmadan, zımbalama donatısı kullanılarak da depremli durum için güvenlik sağlanabilir.

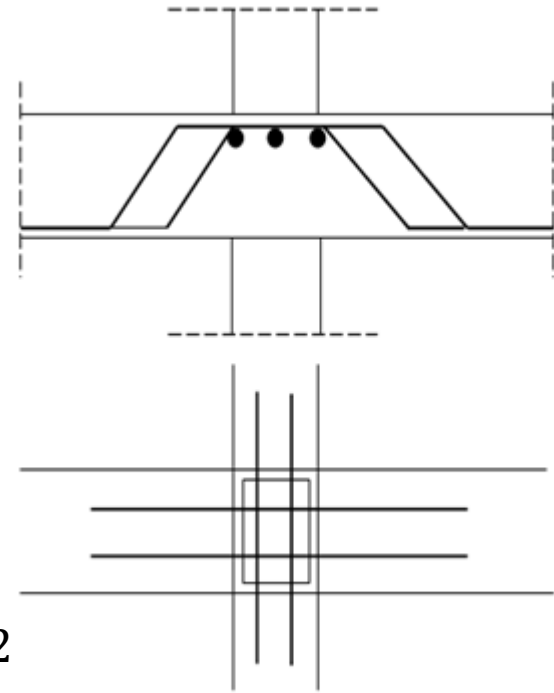
$$1.5V_{pr} > V_{pd}$$

$$1.5 * 292.8 = 439.2 > V_{pd}$$

$$A_{sb} = \frac{V_d - V_{pr}}{0.5 f_{yd}} = \frac{(367.3 - 292.8) * 10^3}{0.5 * 365} = 408.2 \text{ mm}^2$$

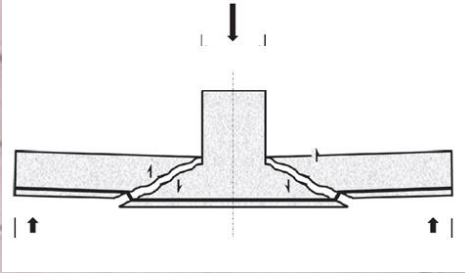
4 $\phi$ 12 (446 mm<sup>2</sup>) Her iki yönde 2 $\phi$ 12

$A_{sb}$  = iki dik yöndeki pilyelerin toplam alanı



# Punching Shear in Two-Way Spanning RC Slab without Shear Links

İki doğrultuda çalışan zımbalama donatısız döşemenin zımbalama kesmesi deneyi



## Unreinforced Control Slab

Eoin Byrne DT-024/4 2013/14



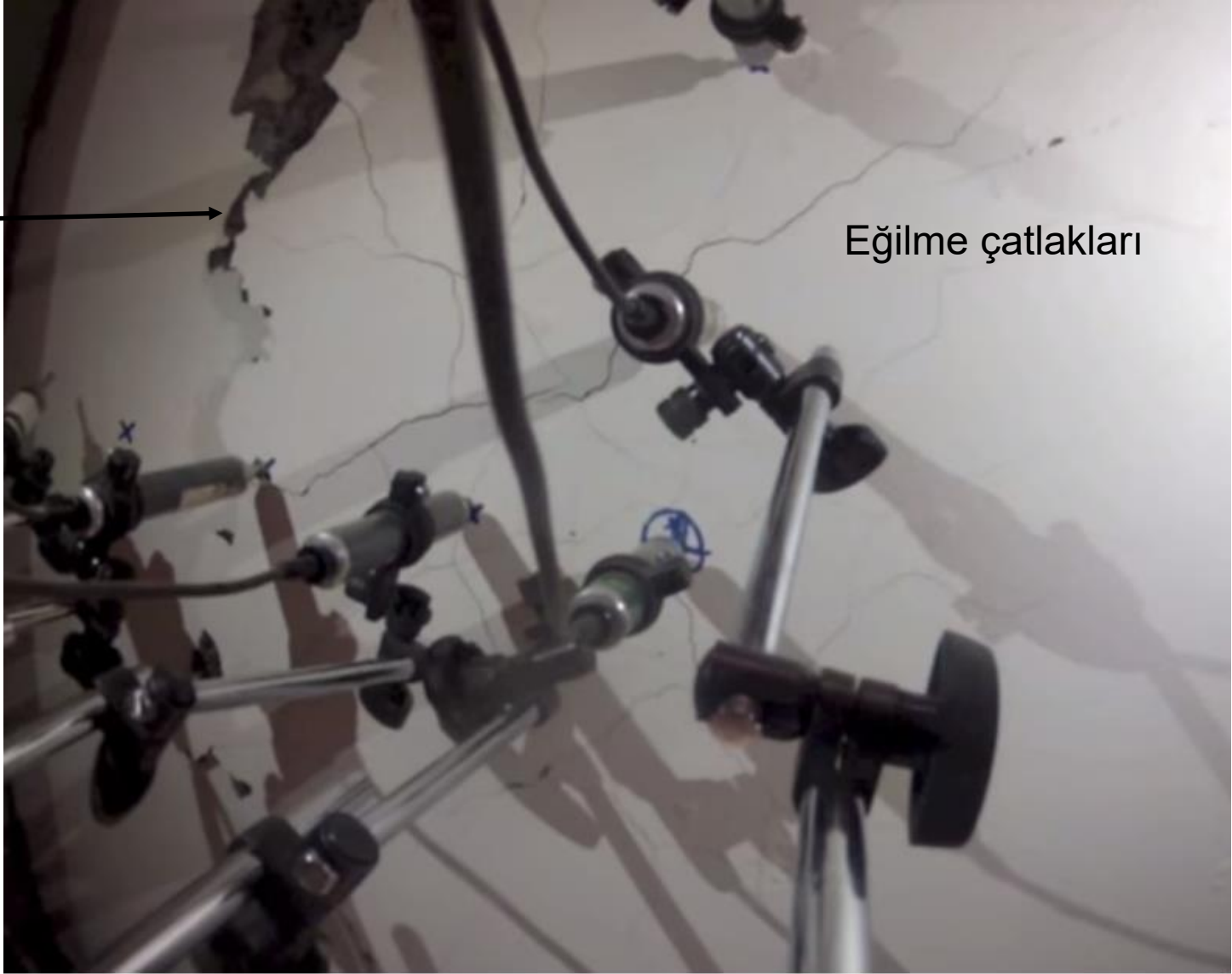
Punching Shear in Two-Way Spanning RC Slab without Shear Links  
İki doğrultuda çalışan zımbalama donatısız döşemenin zımbalama kesmesi deneyi



# Punching Shear in Two-Way Spanning RC Slab without Shear Links

İki doğrultuda çalışan zımbalama donatısız döşemenin zımbalama kesmesi deneyi

Zımbalama kesmesi kırılması

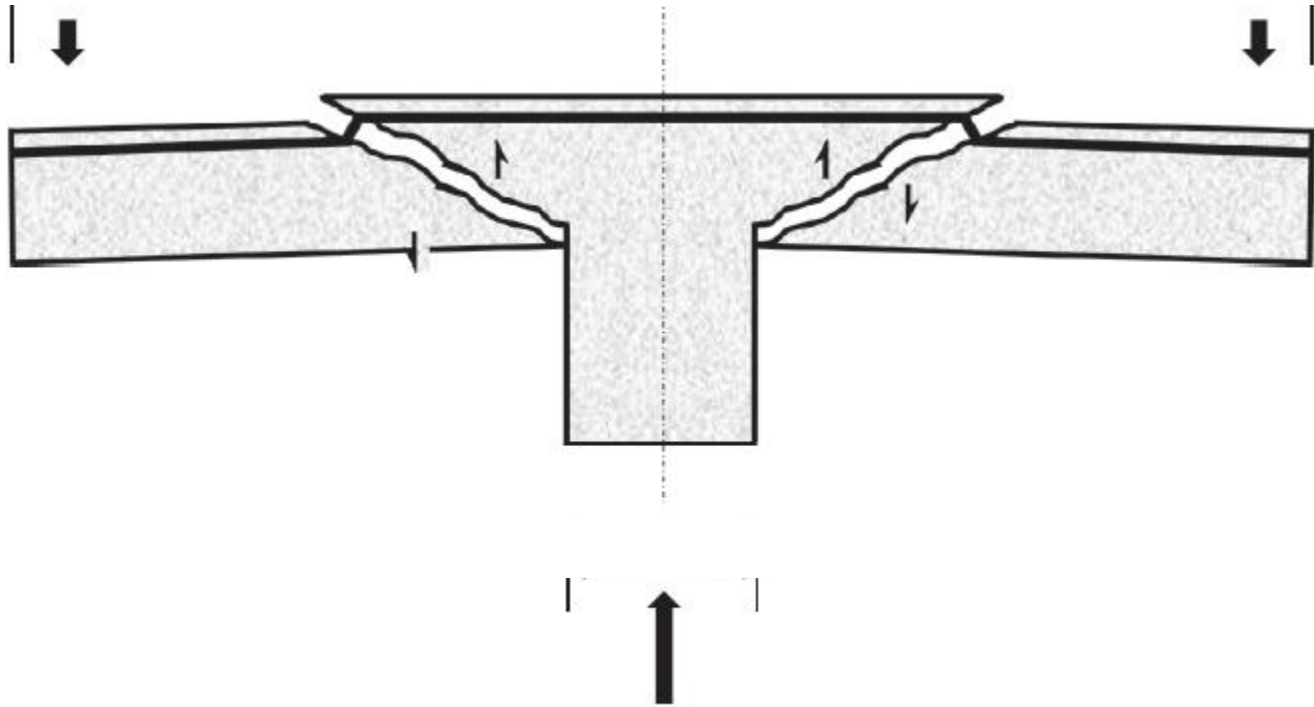


# Punching Shear in Two-Way Spanning RC Slab without Shear Links

İki doğrultuda çalışan zımbalama donatısız döşemenin zımbalama kesmesi deneyi

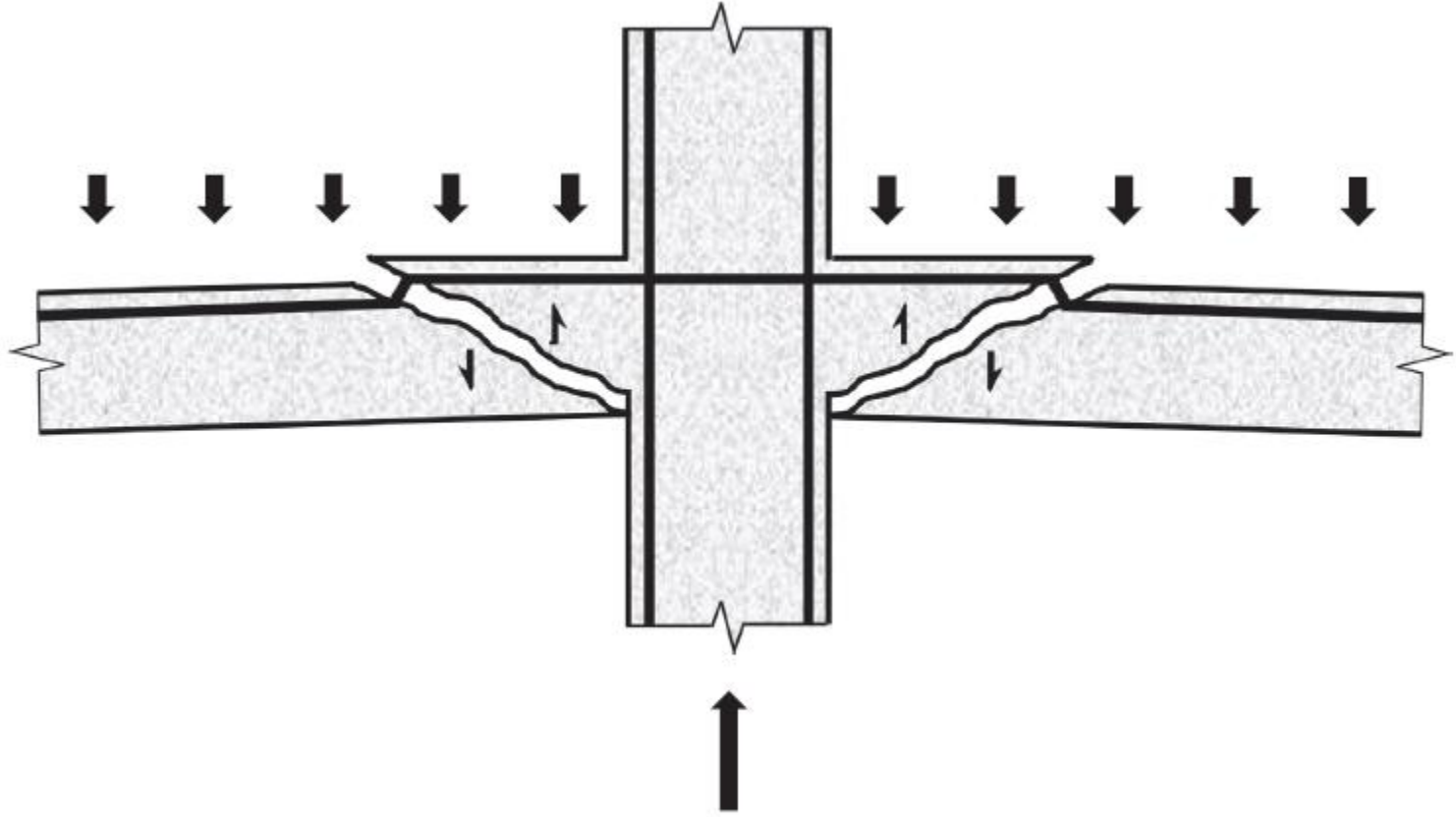
Zımbalama kesmesi kırılması





Döşeme-kolon numunesinde zımbalama kesmesi kırılması





Döşeme-kolon birleşiminde zımbalama kesmesi kırılması (iç kolon)

**Sonraki Bölüm**

# BURULMA ETKİSİ



PROF. DR. CENGİZ DÜNDAR



Betonarme yapıların monolitik özelliği nedeni ile yapı elemanlarının büyük bir çoğunluğu, diğer etkilere ek olarak burulmaya maruzdur.

Burulma momenti sistemin geometrisinden veya simetrik olmayan yük uygulamalarından da kaynaklanabilir.

Pratikte tüm yapı elemanlarının burulma hesabının yapılması gerekmez, çünkü çoğu kez burulma momenti diğer etkilere oranla ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

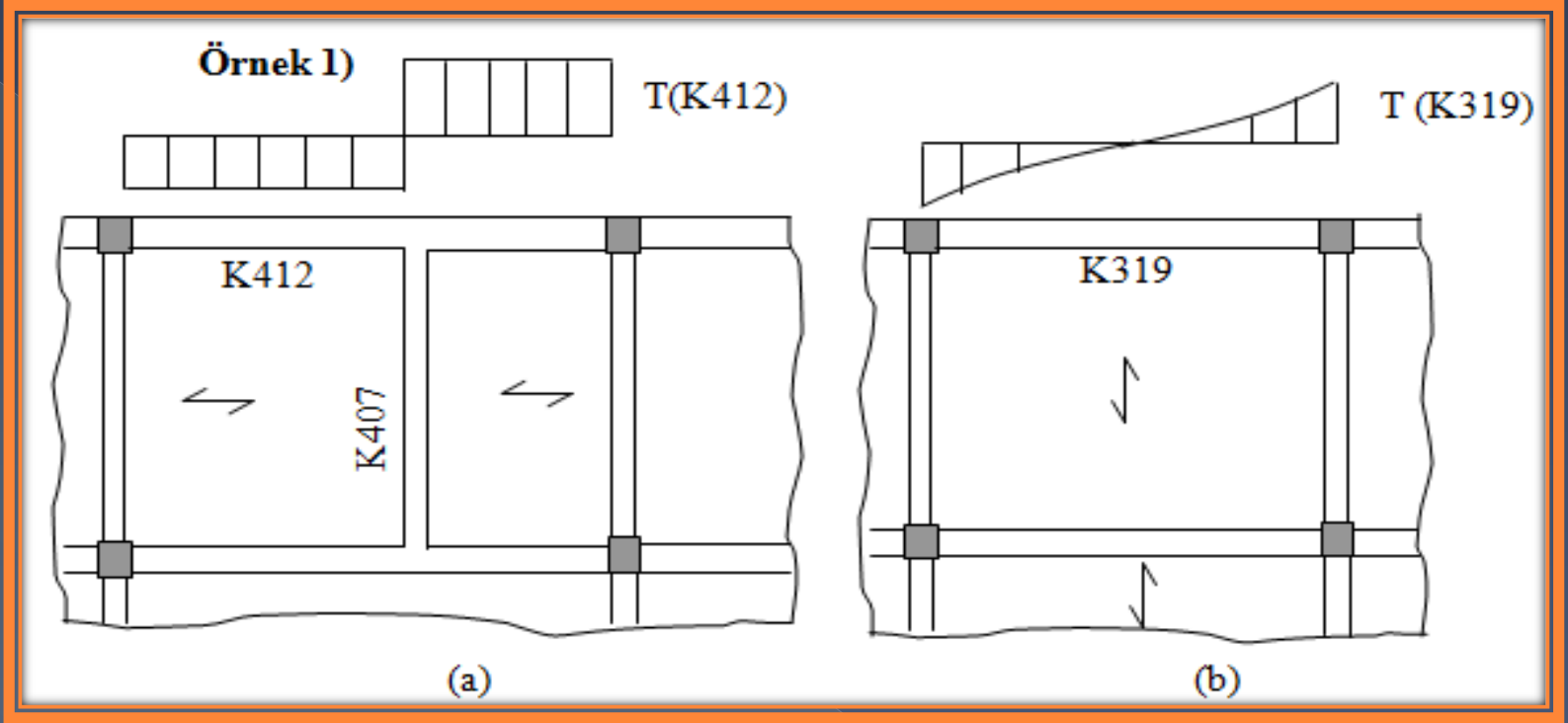


Hiperstatik bir sistemde yapı elemanına etkiyen burulma momentinin malzemenin doğrusal elastik davranışına göre hesabı, gerçekçi sonuçlar vermemektedir.

Bunun nedeni çatlayan bir betonarme kirişin burulma rijitliği büyük ölçüde azaldığından, sistemde ihmal edilemeyecek kadar bir uyum oluşmakta ve bu aşamadan sonra elastisite teorisine dayanan yöntemlerle hesaplanan burulma momenti gerçek değerlerin çok üstüne çıkmaktadır.

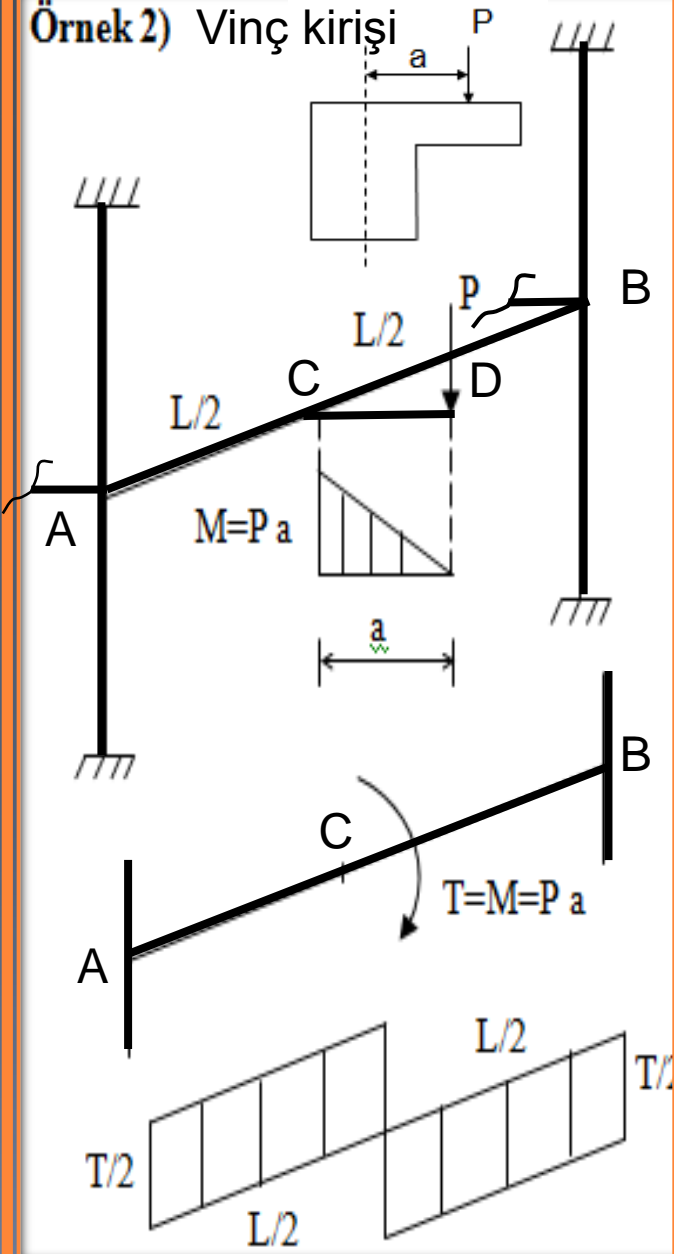
Betonarme yapı elemanlarında burulma momentinin nasıl oluştuğunu göstermek için üç örnek verilmiştir.



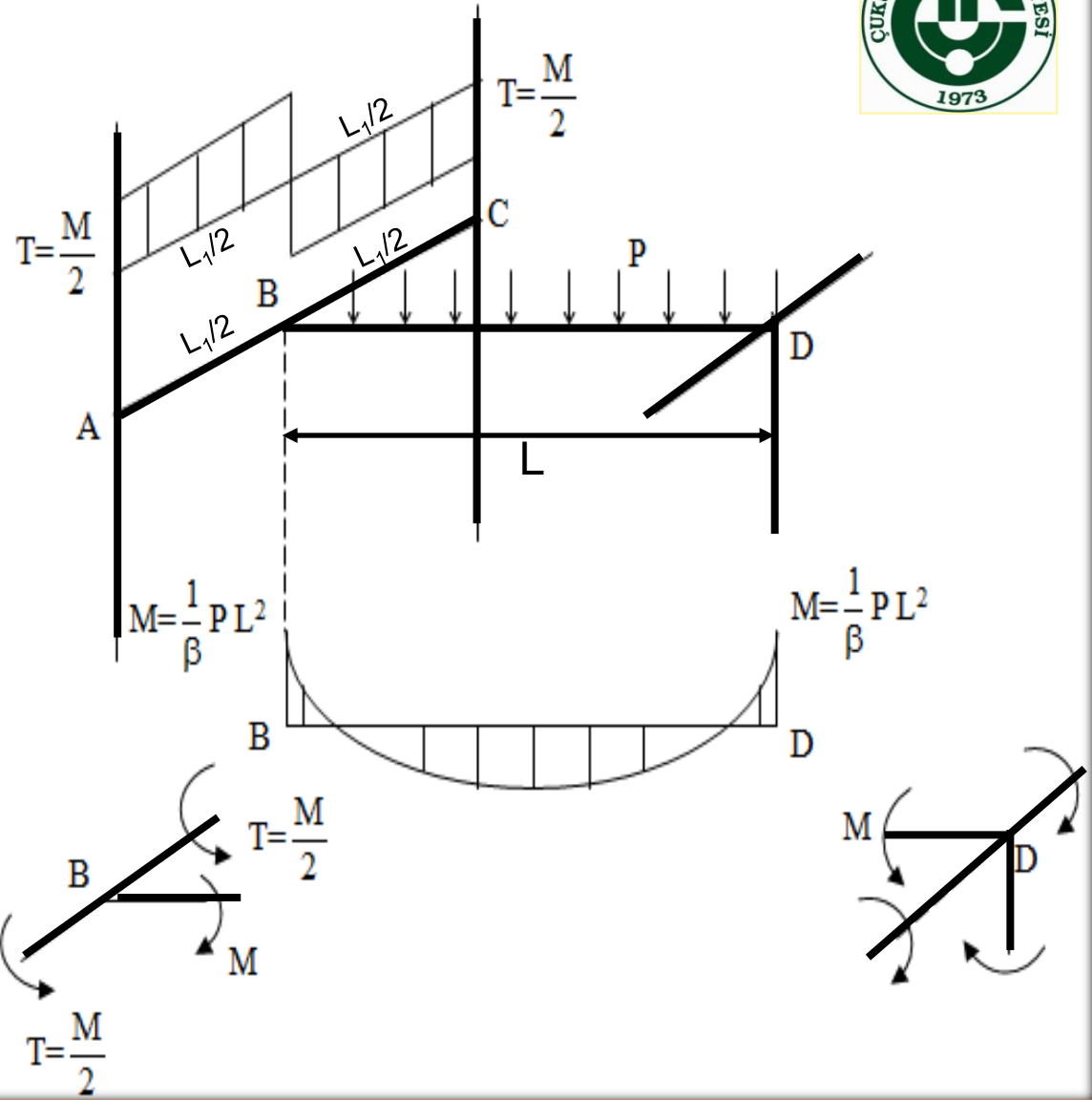


Burulma momentinin meydana gelişine örnek olarak şekilde verilen bir kirişli döşeme sistemi görülmektedir. Şekil (a) da K412 nolu kirişin iki ucundaki burulma momentlerinin toplamı, K407 kirişinin o kirişe saplandığı noktadaki eğilme momentine eşittir. Şekil (b) de kenar kirişte oluşan burulma momentleri döşemeden kaynaklanmaktadır.

### Örnek 2) Vinç kirişi



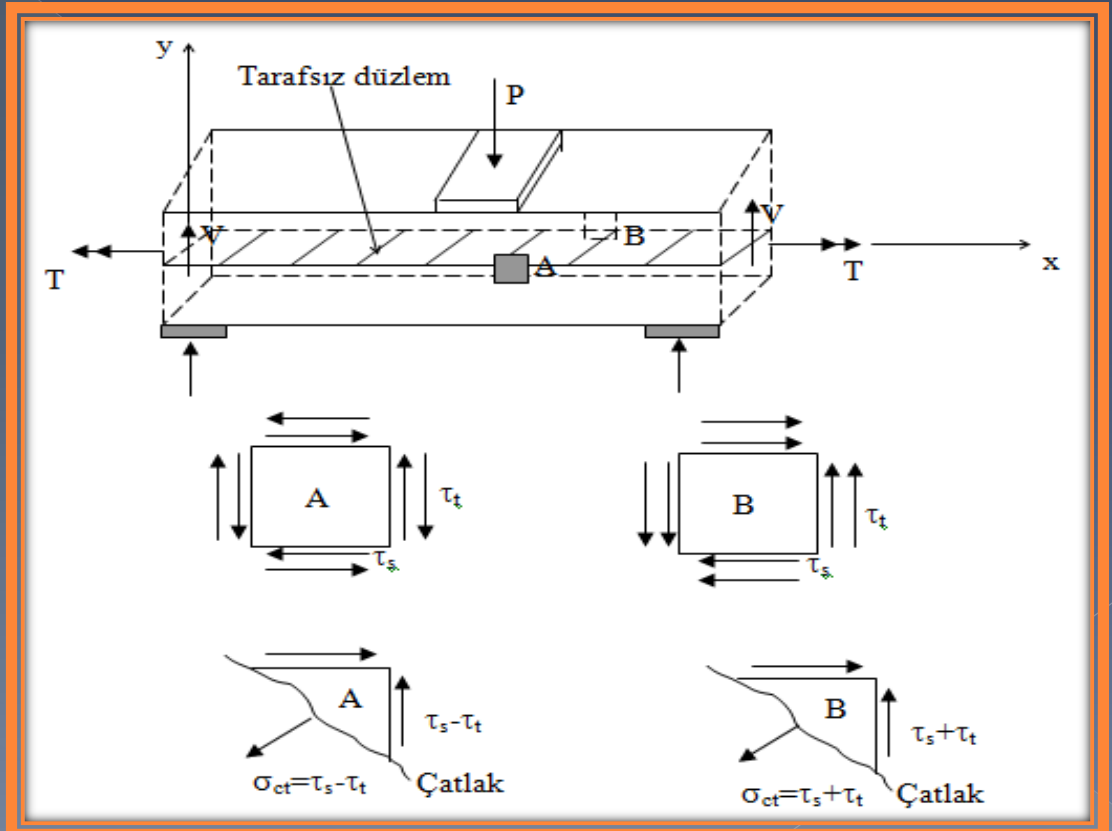
### Örnek 3)

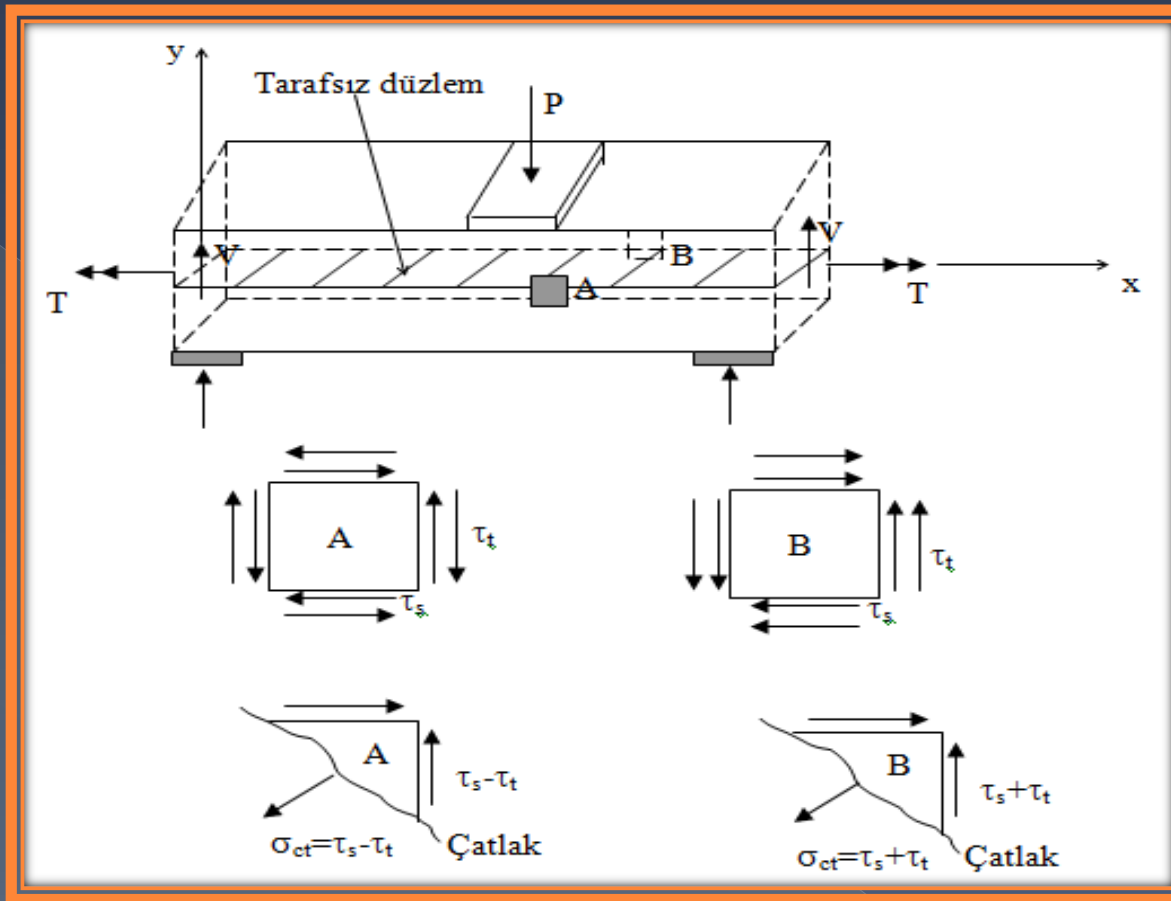


Burulma momenti elemanda kayma gerilmeleri oluşturur. Kesme

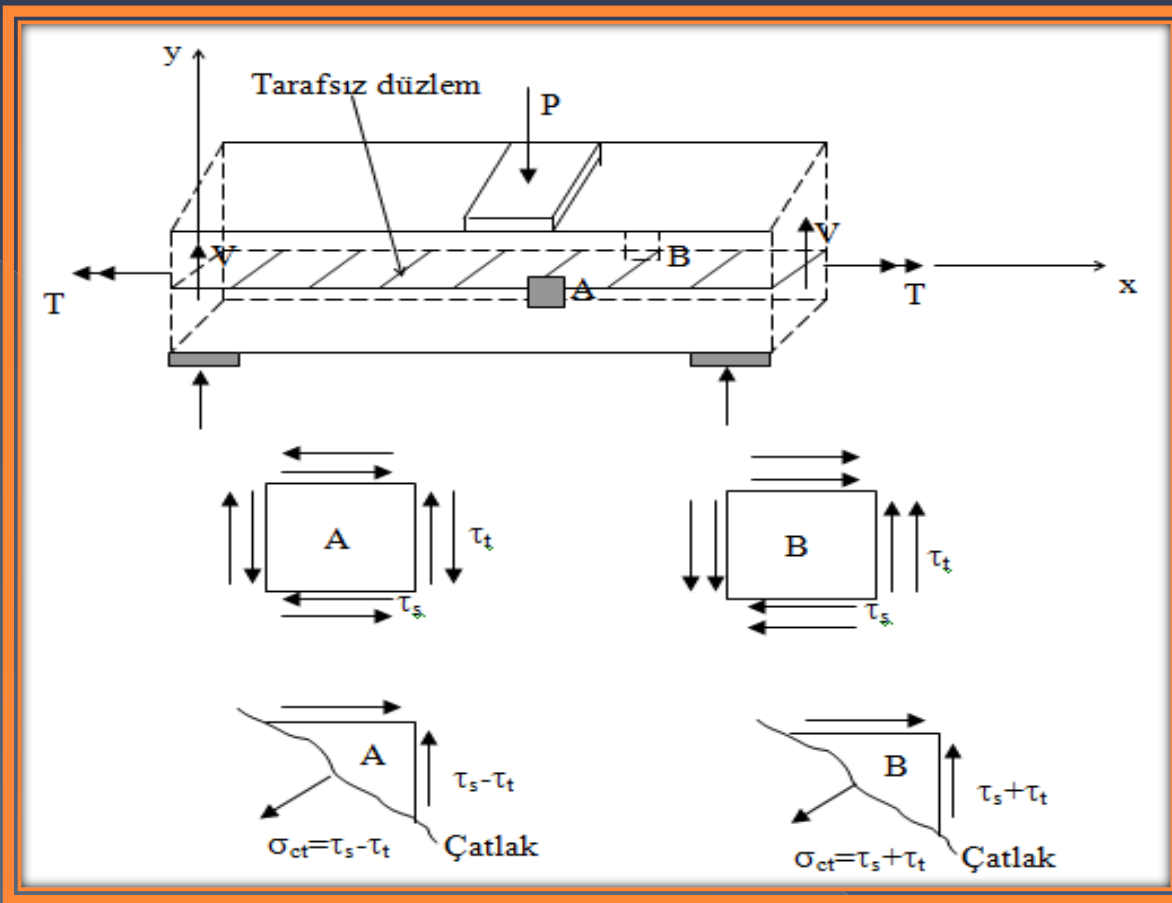
nedeni ile oluşan kayma gerilmelerinden farklı olarak, bu gerilmeler elemanın karşılıklı iki yüzünde birbirlerine ters yöndedir. Bu nedenle eğilme ve burulmanın birlikte etkideği durumlarda, kesme ve burulmadan oluşan kesme gerilmeleri, elemanın bir yüzünde aynı yönde iken, karşı yüzünde ters yöndedir.

Basit kayma gerilmesi etkisi altındaki A (ön yüz) ve B (arka yüz) birim birim elemanları P düşey kuvvetinin sağında ve tarafsız düzlemde alınmıştır.





Dolayısı ile burulma momenti elemanın bir yüzünde bu kayma (kesmeden doğan) gerilmelerini, dolayısı ile asal çekme gerilmelerini arttırdığından eğik çatlak oluşmasına neden olur. Bu sebeplerden dolayı burulma konusu betonarmede büyük önem taşır.



Eğilme ve kesme nedeni ile oluşan asal çekme gerilmelerinin ne denli karmaşık olduğu anlatılmıştı. Bu etkilere burulmanın da katılması ile sorunun çok daha karmaşık hale geleceği açıktır. Dolayısıyla bu konuda kesin ve rasyonel bir çözüm beklenmemelidir.



Bu gün betonarmede yapılan burulma hesabı, büyük ölçüde son 40 yılda yapılan araştırma ve deney sonuçlarını temel alan analitik modellere dayanmaktadır.

Betonarme elemanların burulma hesabında başlıca iki aşama vardır.

- a) Burulma momentinin hesaplanması
- b) Kesitin taşıyabileceği burulma momentinin hesabı (taşıma gücü).



Eğilmeden farklı olarak burulma momentinin saptanmasında, çatlamaı ihmal eden doğrusal-elastik bir yöntem kullanmak çok yanıltıcı sonuçlar verebilir.

Çünkü burulma çatlaması eğilme ve kesme çatlamasından farklı olarak rijitliği büyük ölçüde değiştirmekte ve oluşan uyum ihmal edilemeyecek boyutlara ulaşmaktadır.

Bu nedenle burulma momenti hesaplanırken burulma çatlamasının etkisi hesaplara mutlaka katılmalıdır.

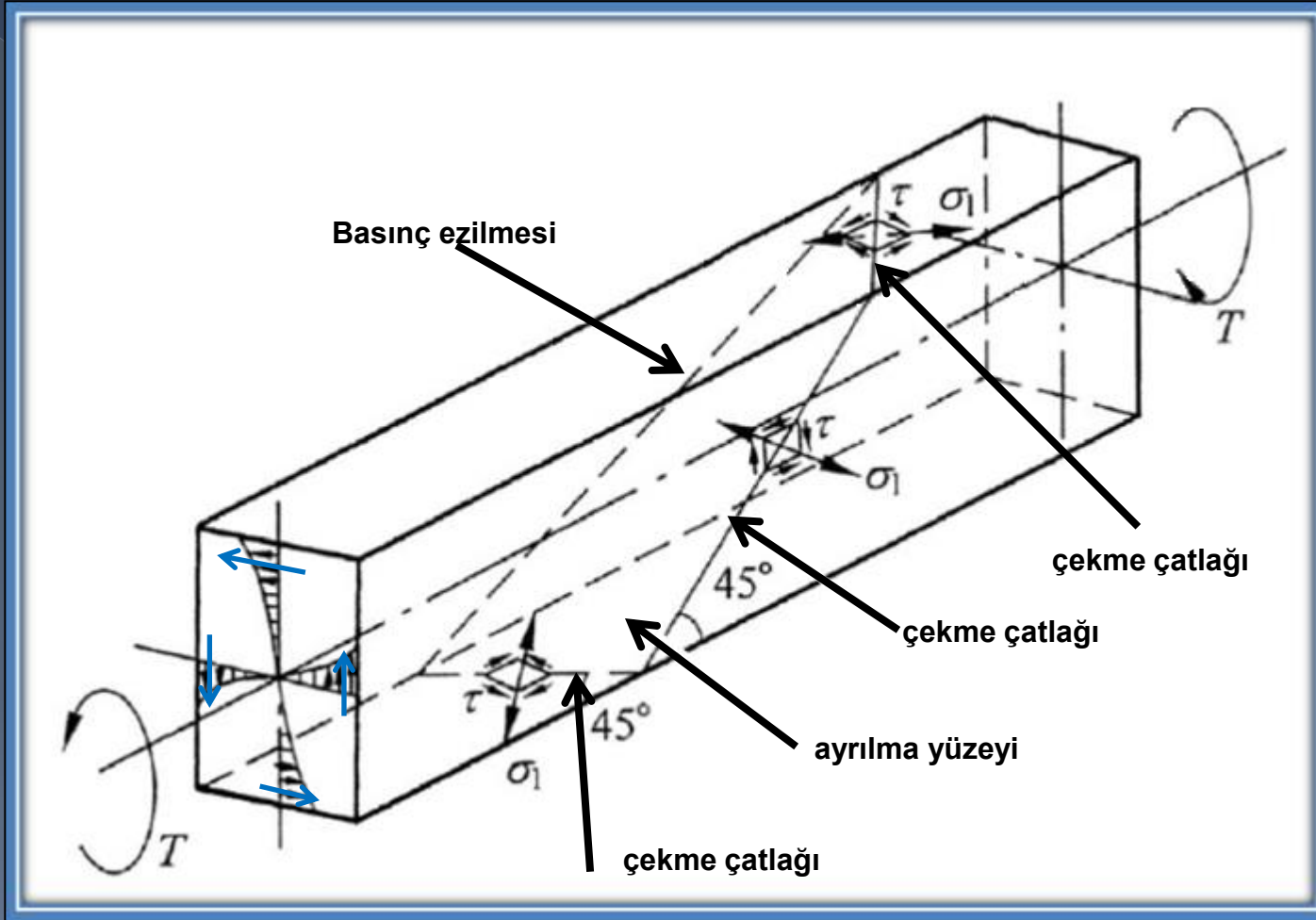


## BASİT BURULMA

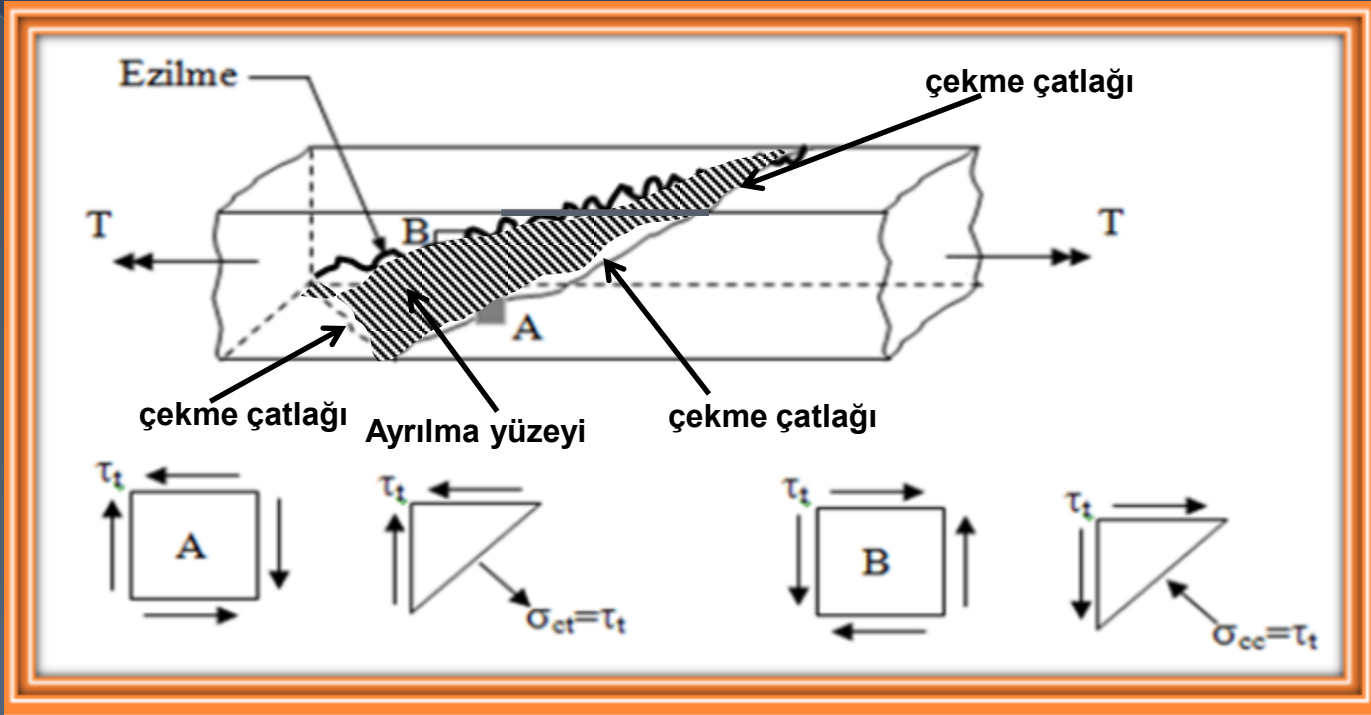
Basit burulmaya pratikte pek rastlanmaz. Ancak basit burulma tıpkı kolonlardaki aksenal yük durumunda olduğu gibi bir sınır durum oluşturduğundan, basit burulma altındaki davranışın bilinmesi zorunludur.

Dikdörtgen kesitli donatısız bir beton kiriş basit burulma altında deneye tabi tutulduğunda ilk çatlamanın oluşması ile son derece ani ve gevrek bir biçimde kırılır.

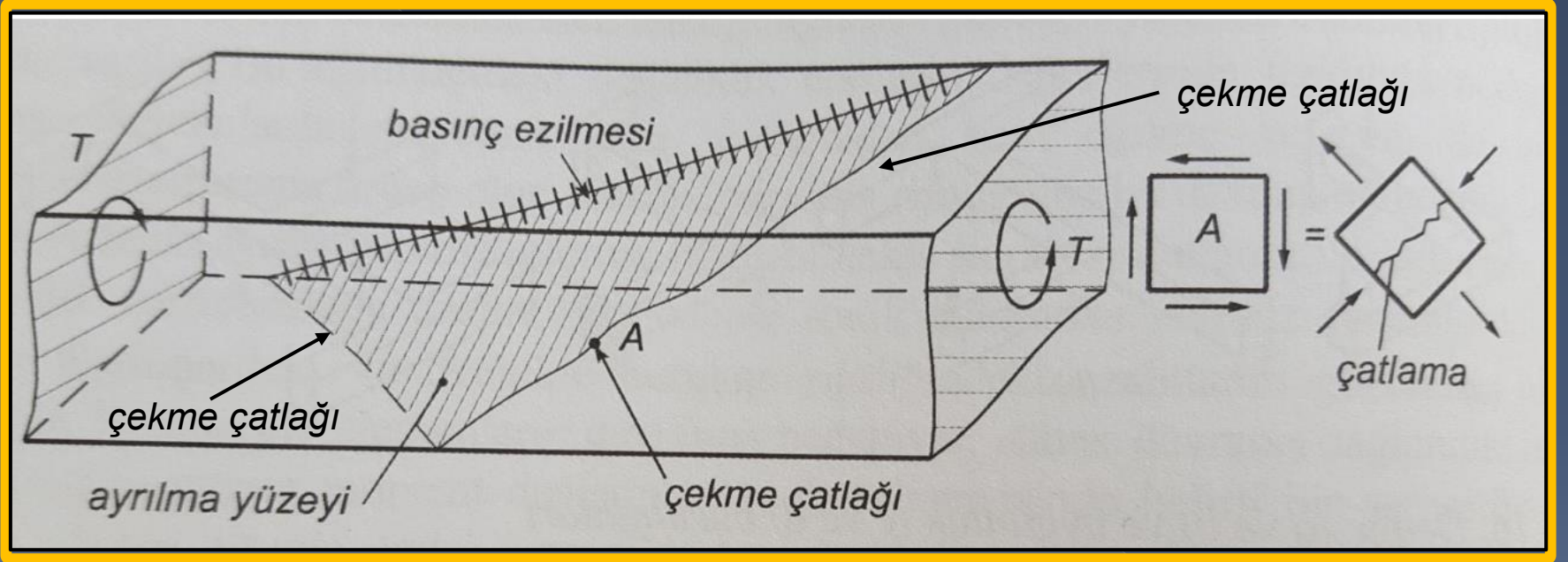


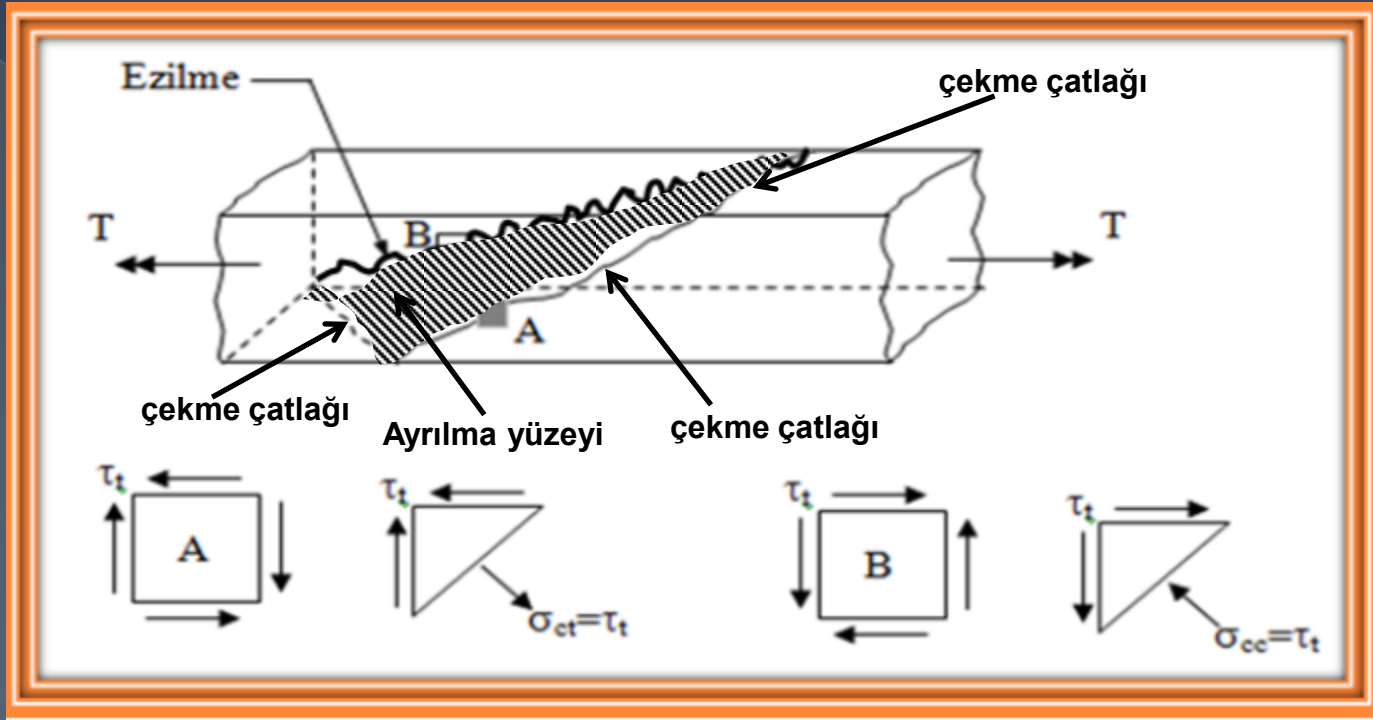


Şekilde görüldüğü gibi çatlaklar kirişin üç yüzünde asal çekme gerilmelerine dik yönde oluşurken, dördüncü yüzde ezilme görülmektedir.



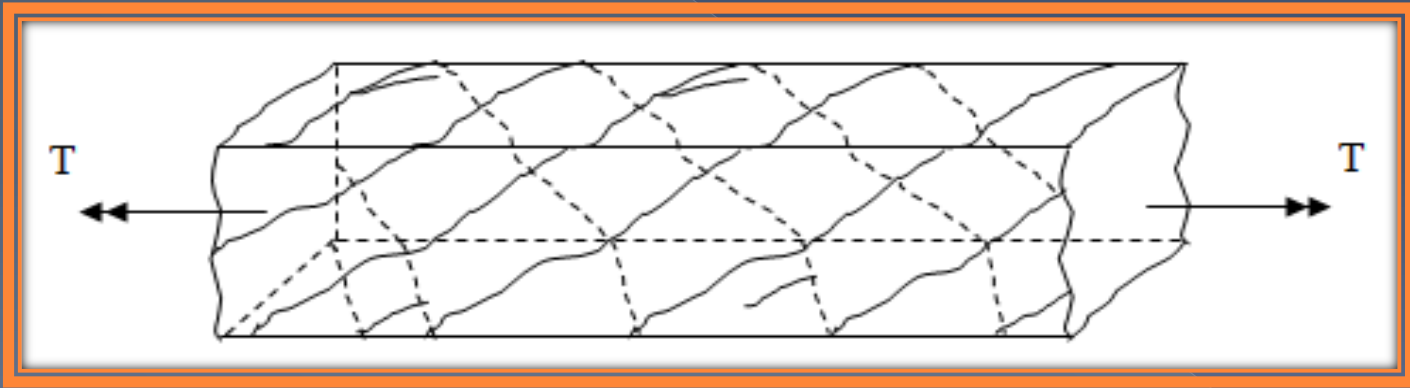
Şekilde görüldüğü gibi çatlaklar kirişin üç yüzünde asal çekme gerilmelerine dik yönde oluşurken, dördüncü yüzde ezilme görülmektedir.



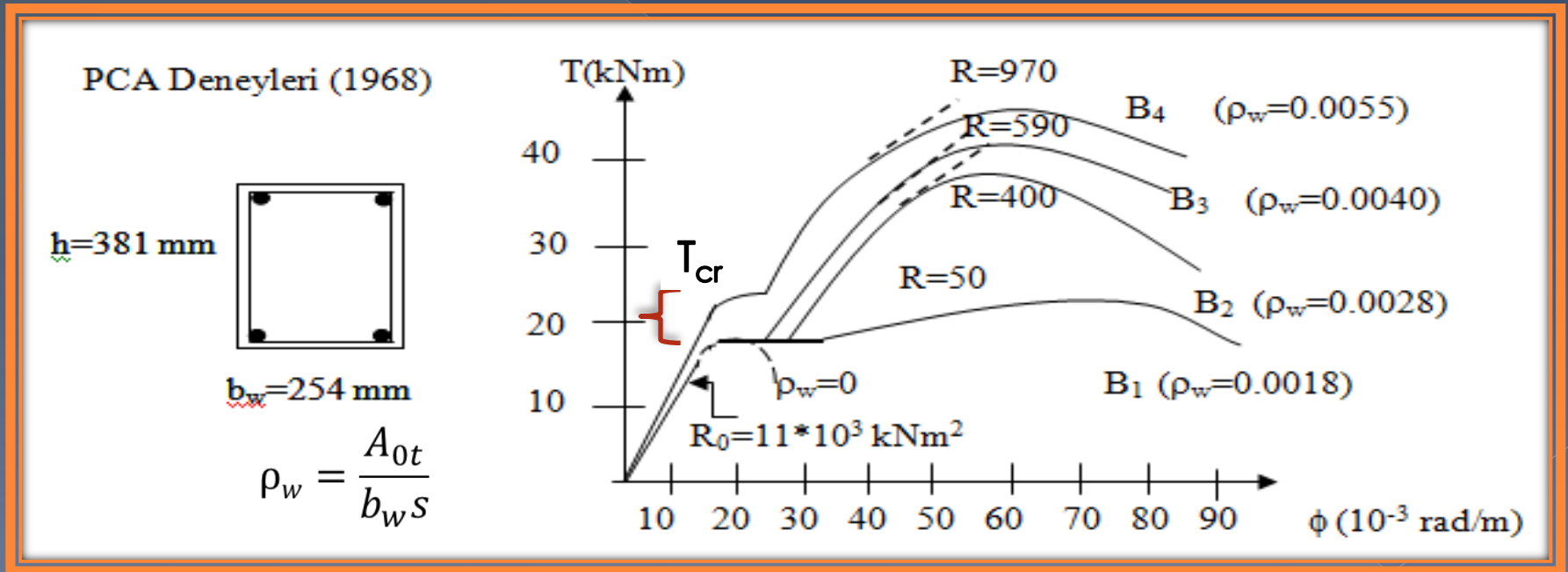


Yapılan deneyler kirişe yerleştirilen boyuna donatının yukarıdaki davranışı değiştirmedeği, ancak boyuna donatı ile etriye birlikte kullanıldığında davranış değişmekte ve kiriş ilk çatlakların oluşması ile kırılmamaktadır. Bu durumda asal çekme gerilmelerine dik yönde çok sayıda çatlak oluşmaktadır.

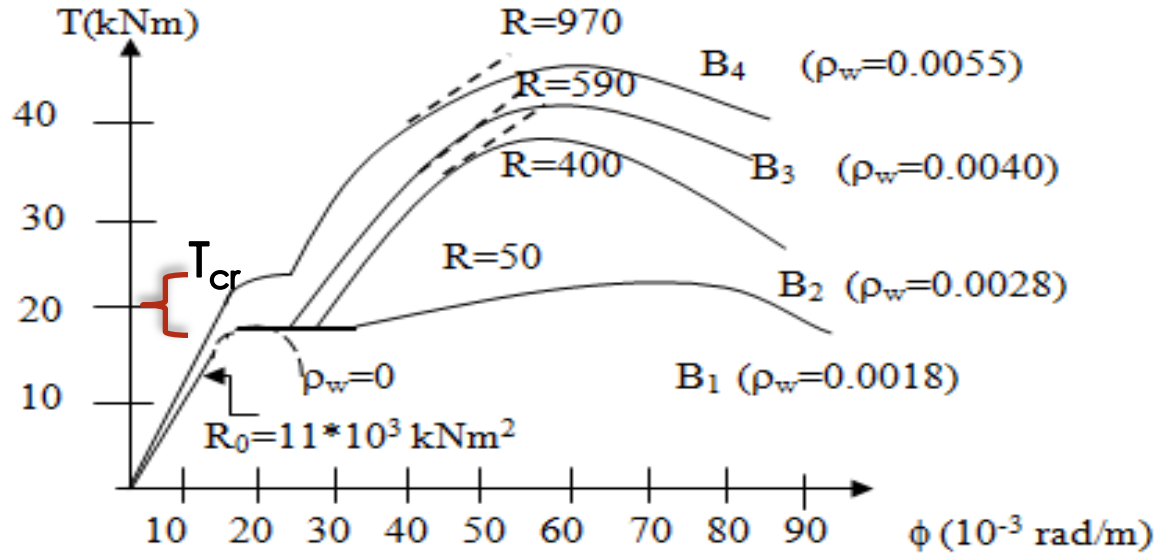
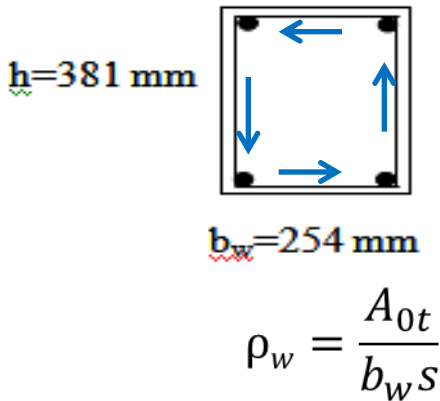
Etriye ve boyuna donatının varlığı taşıma gücünü de büyük ölçüde arttırmaktadır. Boyuna donatı kullanılmadan salt etriye ile donatılmış kirişler de tıpkı donatısız kirişler gibi davranmaktadır. Bu bulgu, etriyenin tek başına etkili olmadığını, burulma için mutlaka boyuna donatıya ihtiyaç olduğunu göstermektedir.



Basit burulma etkisindeki betonarme elemanların deformasyon özelliklerini saptamayı amaçlayan bir deney dizisinden elde edilen burulma momenti-birim dönme açısı ilişkileri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

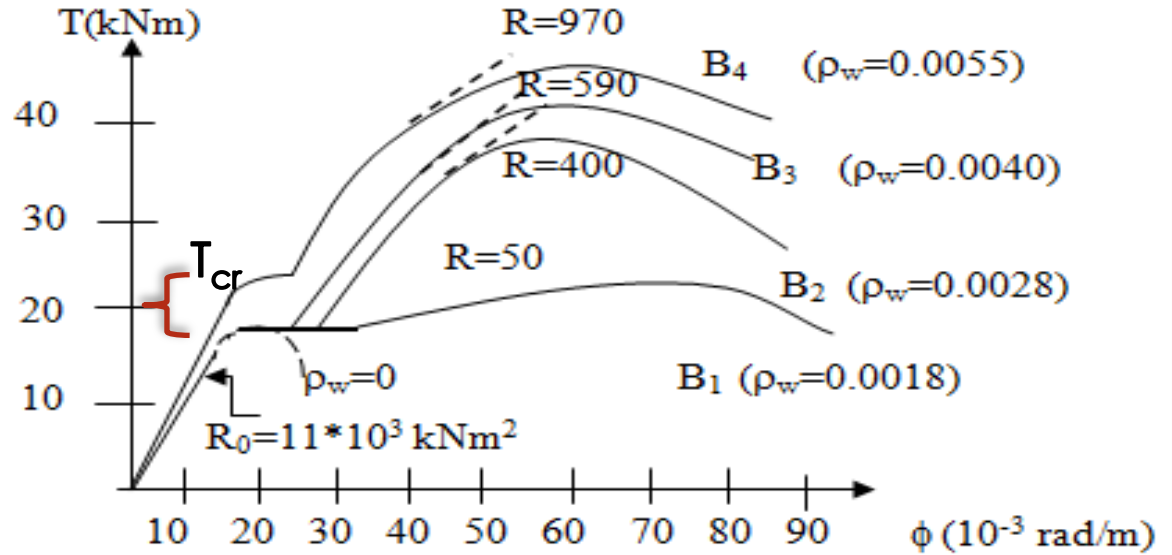
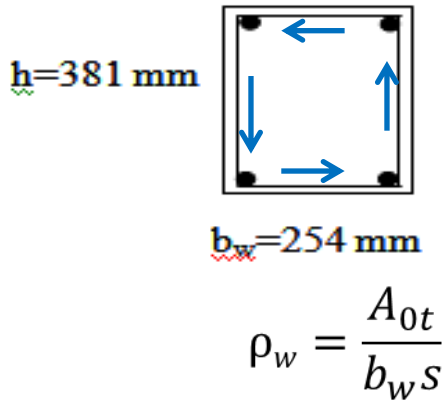


### PCA Deneyleri (1968)



Dr. Hsu tarafından gerçekleştirilen bu deneylerde, burulma donatısı dışında kirişlerin tüm özelliklerinin özdeş olmasına çaba gösterilmiştir. Dizideki kirişlerde değişik etriye oranları kullanılmış ve yaklaşık olarak etriyeye eşit hacimde boyuna donatı bulundurulmuştur ( $A_{ot}$  etriyenin bir kolunun kesit alanı).

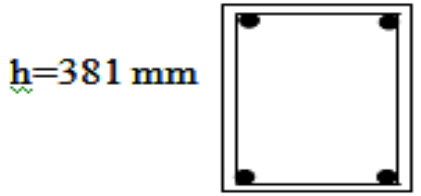
### PCA Deneyleri (1968)



$$\rho_w = \frac{A_{0t}}{b_w s} : \text{Burulma etriyesi} ; \rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} : \text{Kesme etriyesi } A_{sw} = 2A_{0v}$$

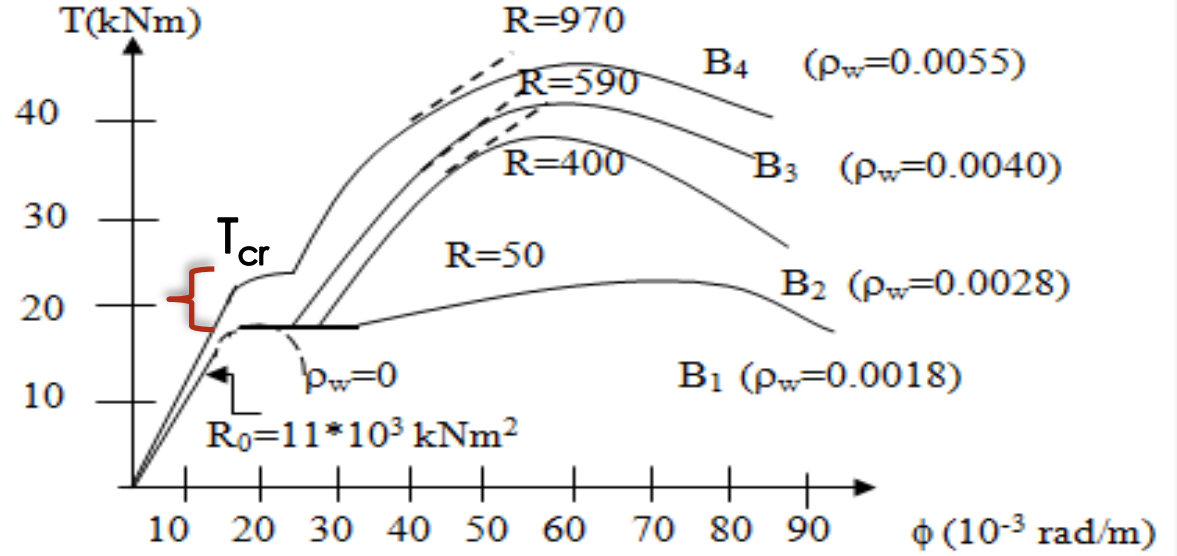


PCA Deneyleri (1968)



$b_w = 254 \text{ mm}$

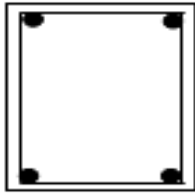
$$\rho_w = \frac{A_{ot}}{b_w s}$$



Görüldüğü gibi, burulma çatlamasını belirleyen  $T_{cr}$  düzeyine kadar davranış doğrusaldır. Eğrinin bu doğrusal bölümü tüm deney elemanları için özdeş olduğundan, burulma çatlaması öncesindeki burulma rijitliğinin donatıdan bağımsız olduğu sonucuna kolayca varılabilir.

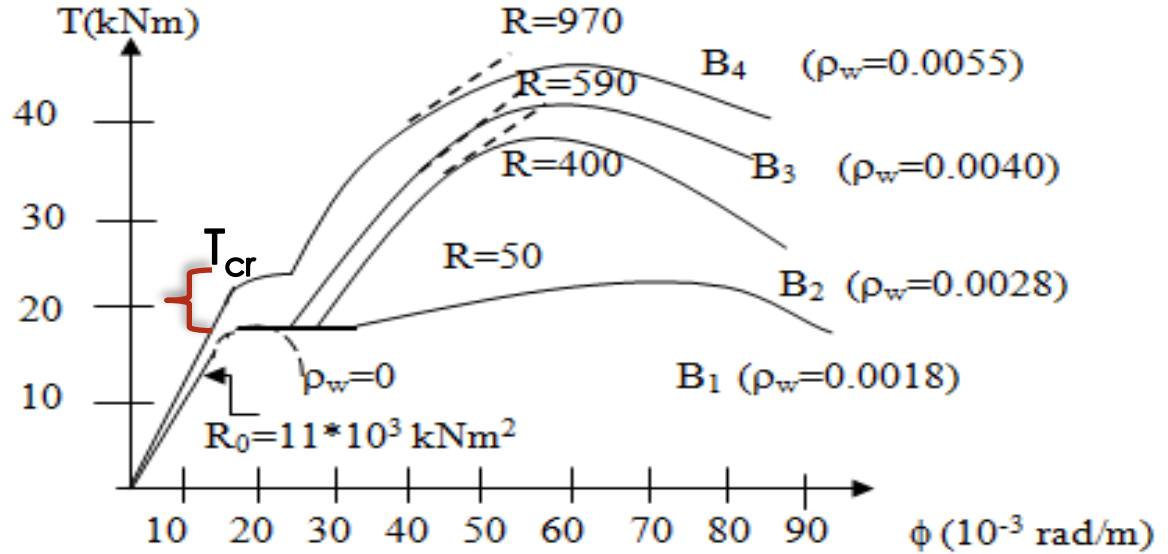
### PCA Deneyleri (1968)

$h=381$  mm



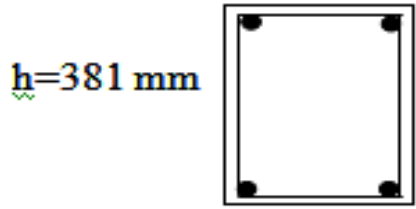
$b_w=254$  mm

$$\rho_w = \frac{A_{ot}}{b_w s}$$



Yapılan başka deneyler, bu eğimin kesme kuvveti ve eğilme momentinden de fazla etkilenmediğini,  $T-\phi$  eğrisinin çatlamaya kadar doğrusal kalan bu parçasının eğiminin (burulma rijitliği), elastisite teorisine göre hesaplanabileceğini göstermiştir.

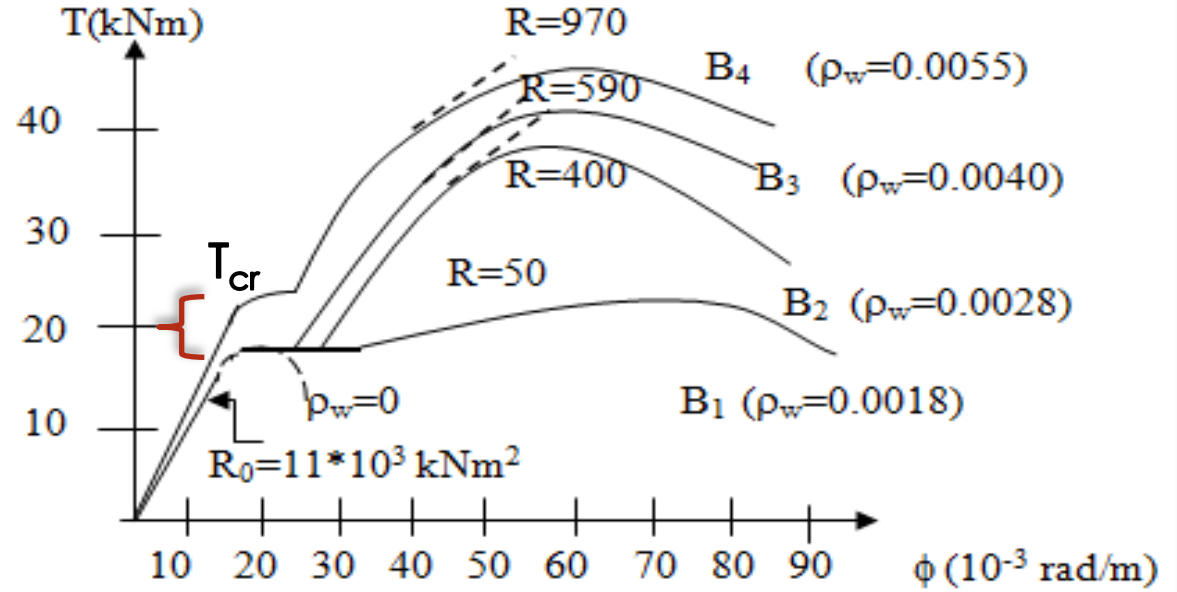
### PCA Deneyleri (1968)



$h=381$  mm

$b_w=254$  mm

$$\rho_w = \frac{A_{ot}}{b_w s}$$



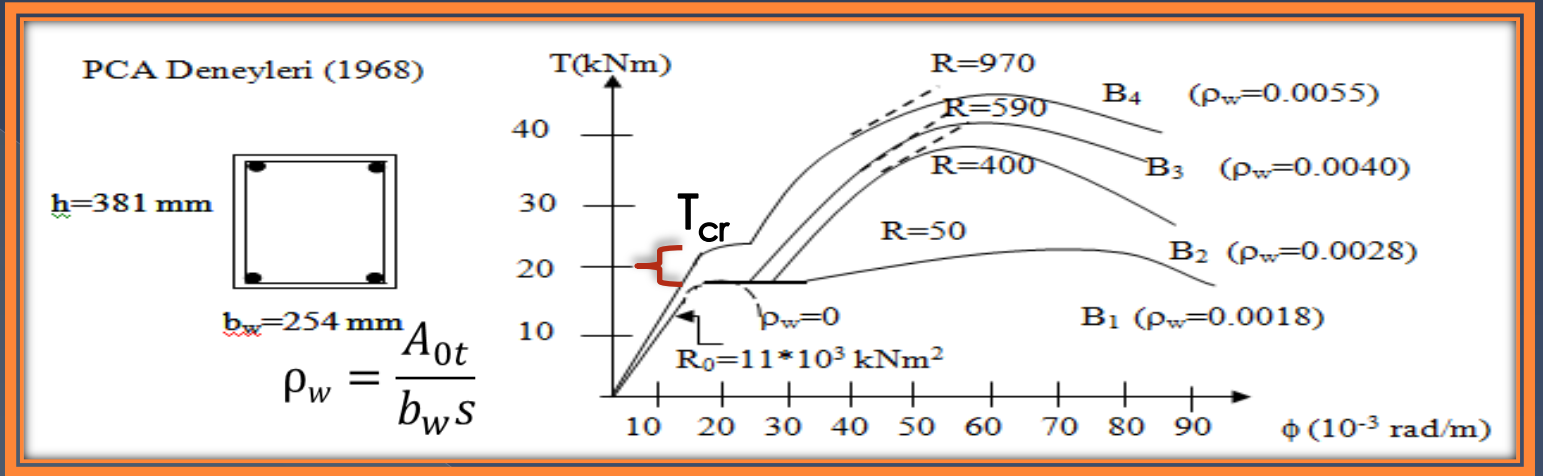
$$R_o = \frac{T}{\phi} = G_c \sum \beta_i x_i^3 y_i$$

$G_c$ : Betonun kayma modülü

$$G_c \cong 0.4 E_c$$

$x_i, y_i$ : Dikdörtgen kesitin kısa ve uzun kenarı.

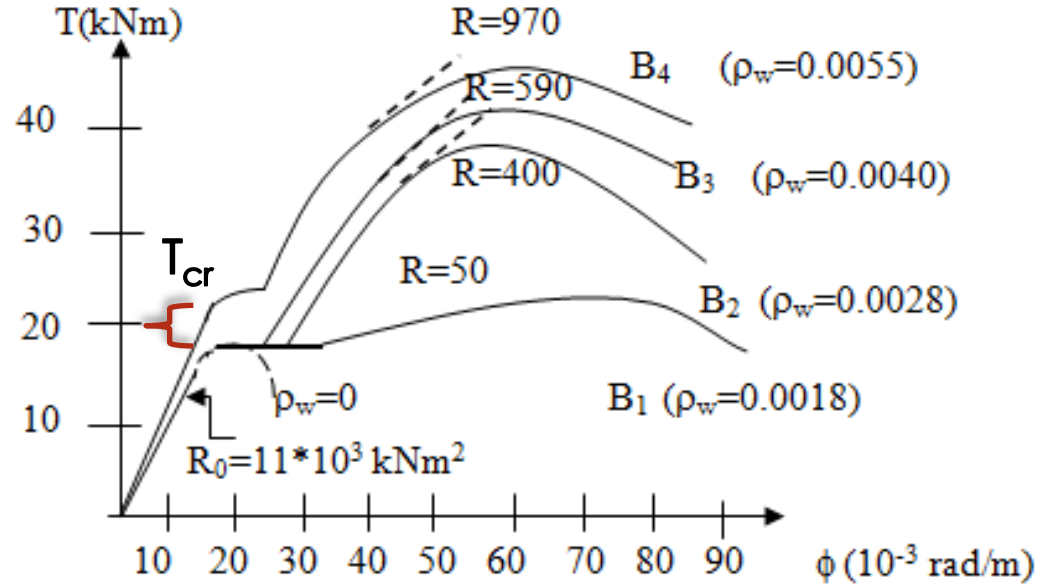
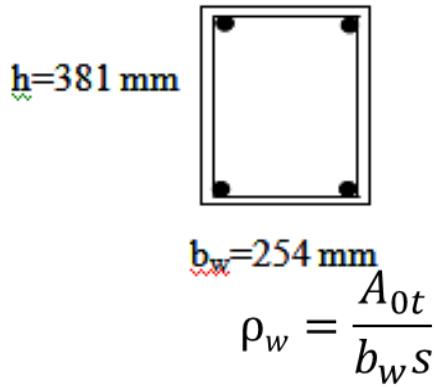
$\beta_i$ :  $\frac{y_i}{x_i}$  oranına bağlı katsayı. Betonarmede  $\beta_i$ , yaklaşık olarak 1/3 alınabilir.



Deneylerde yapılan ölçümler burulma çatlama oluşuncaya kadar etriye ve boyuna donatıdaki birim deformasyonların ihmal edilebilecek kadar küçük kaldığını göstermektedir.

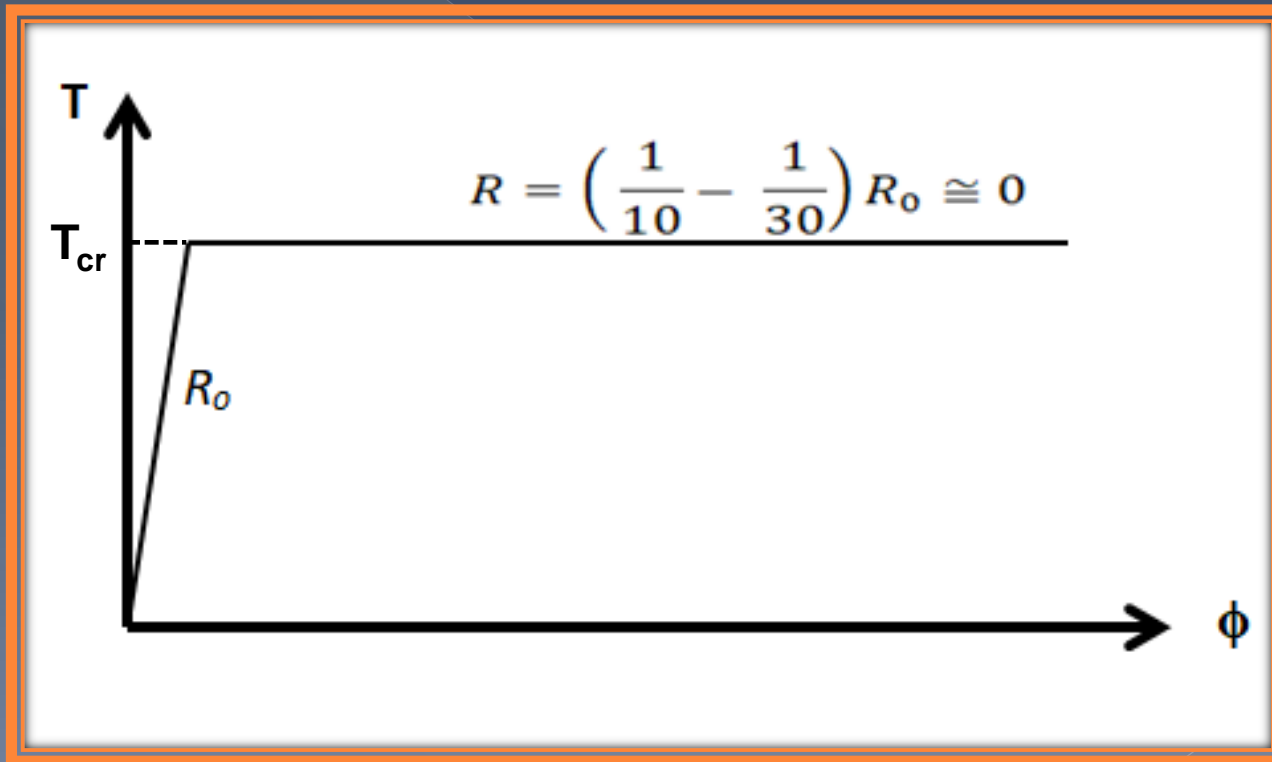
Bu deneylerde, burulma çatlama oluşması ile donatıdaki birim deformasyonların hızla arttığı, dolayısıyla donatının etkili olmaya başladığı gözlenmektedir. Burulma çatlama oluşması ile  $T-\phi$  eğrisinin eğimi (burulma rijitliği) önemli ölçüde azalmaktadır.

PCA Deneyleri (1968)

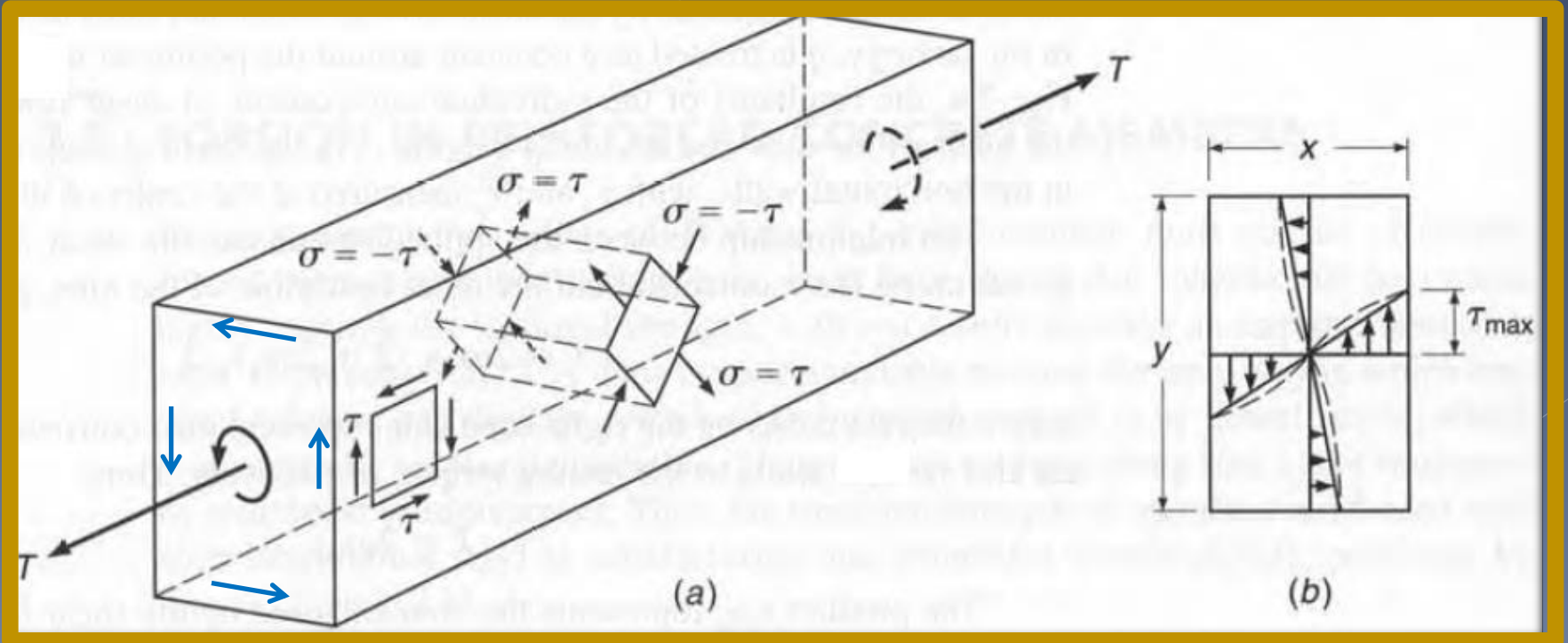


Şekilde “R” olarak gösterilen çatlak sonrası eğim, burulma donatısı oranına bağlı olarak değişmektedir.

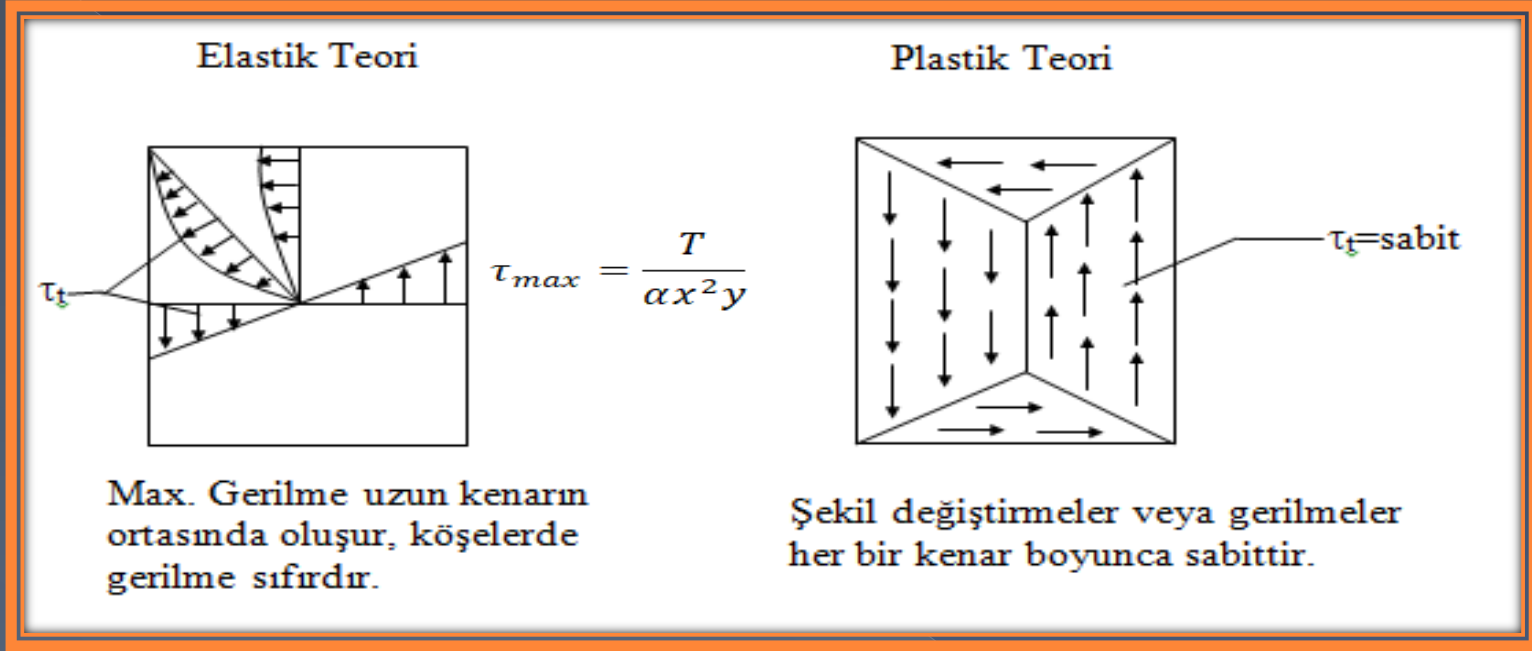
Çatlak öncesi burulma rijitliği  $11000 \text{ kNm}^2$  iken, çatlama sonucu bu rijitlik, donatı oranına bağlı olarak  $50$  ile  $970 \text{ kNm}^2$  arasında değişmektedir. Başka bir deyişle, çatlamış elemanın burulma rijitliği, çatlak öncesi rijitliğinin  $1/10$  ile  $1/30$ 'u arasında değişmektedir. Davranış yaklaşık olarak elasto-plastik kabul edilebilir.



Geçen yüzyılın ortalarına kadar burulma etkisindeki betonarme elemanlarda oluşan kesme gerilmeleri, elastisite teorisine göre hesaplanmaktaydı. Dikdörtgen bir kesit için elastisite teorisinden elde edilen gerime dağılımı şekilde görülmektedir.



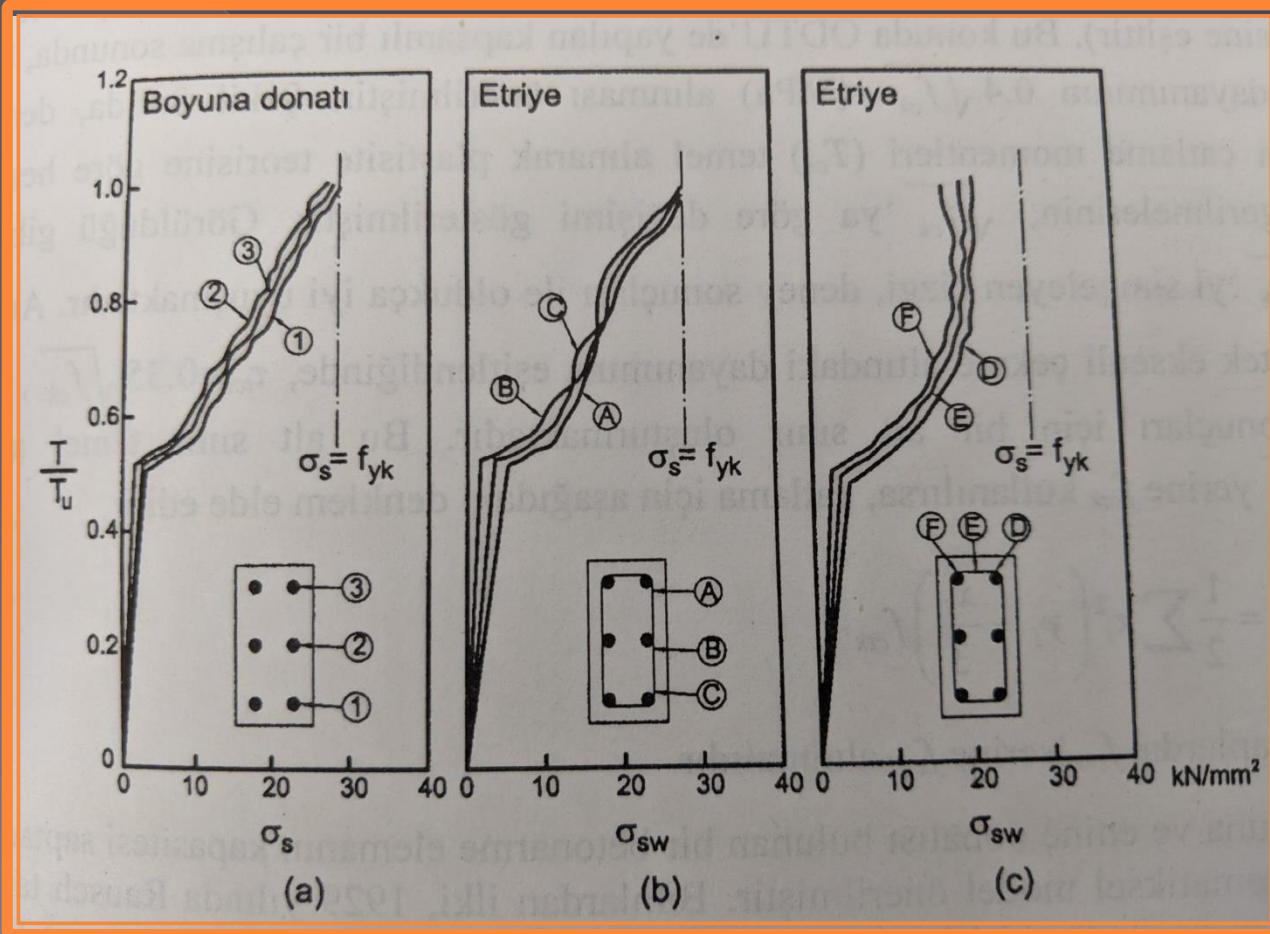
## Burulma etkisi ile meydana gelen gerilmeler



- Dr. Hsu tarafından gerçekleştirilen deneylerde yapılan ölçümler, bu gerilme dağılımının gerçekte bağdaşmadığını gerilmelerin uzun ve kısa kenar boyunca fazla değişmediğini sabit kaldığını göstermektedir.

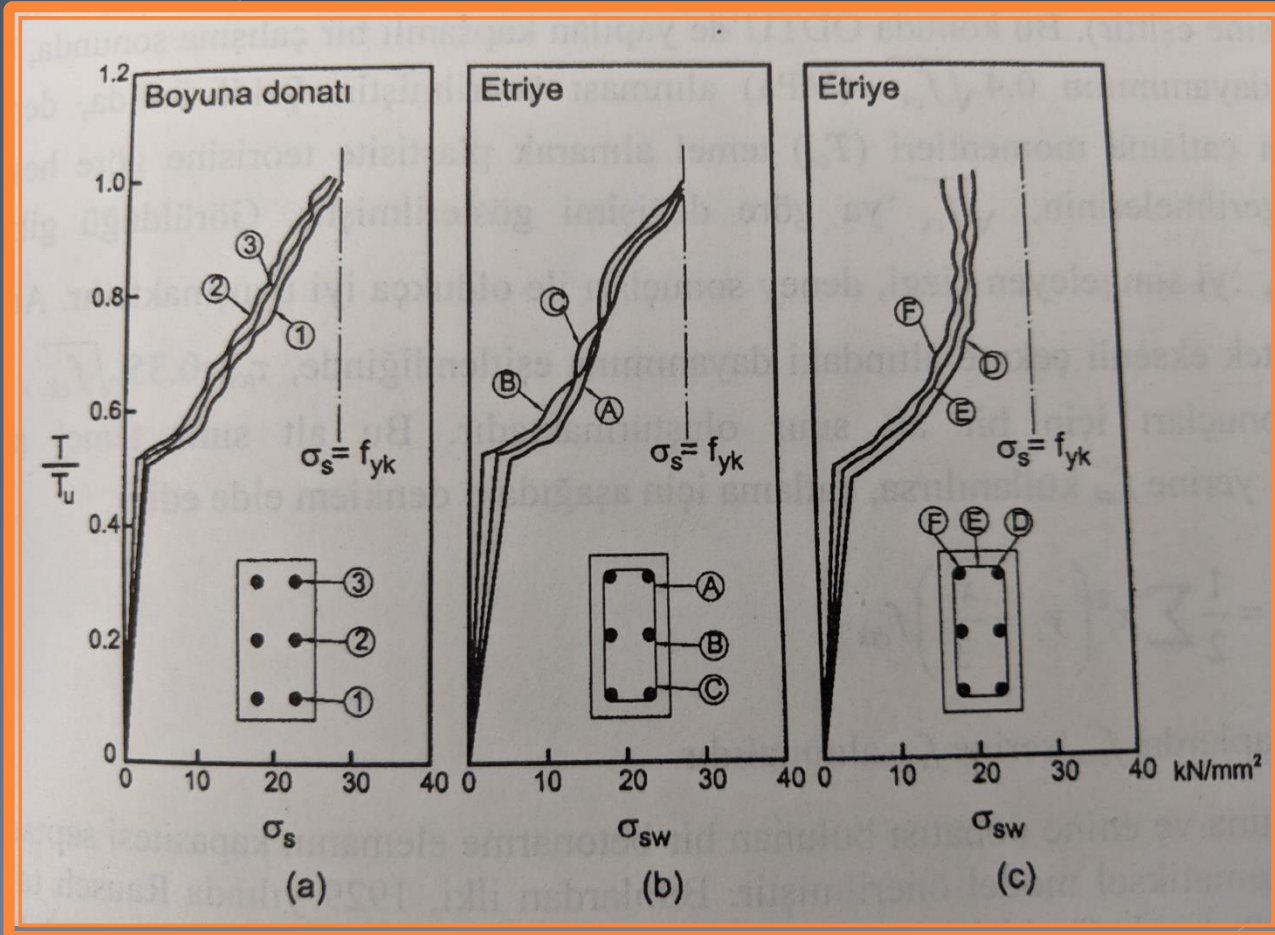


Şekilde etriye ve boyuna donatı üzerinde ölçülen birim uzamalar temel alınarak hesaplanan gerilmeler gösterilmiştir. Grafiklerden görüleceği gibi, gerilmeler elastisite teorisinden elde edilen dağılıma uymamakta, uzun ve kısa kenar boyunca sabit kalmaktadır.



Etriye ve boyuna donatıda ölçülen birim uzamalar (Dr. Hsu, PCA Deneyleri 1968)

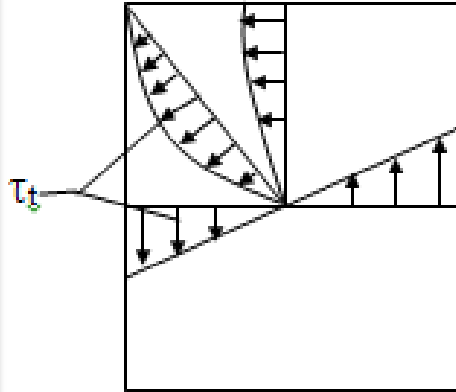
Kesitte kesme gerilmelerinin sabit kalması, burulma etkisindeki betonarme elemanlar için elastisite teorisi yerine plastisite teorisinin daha iyi sonuç verebileceğini göstermektedir.



Etriye ve boyuna donatıda ölçülen birim uzamalar (Dr. Hsu, PCA Deneyleri 1968)

# Basit burulma etkisindeki bir kirişte gerilme dağılımı:

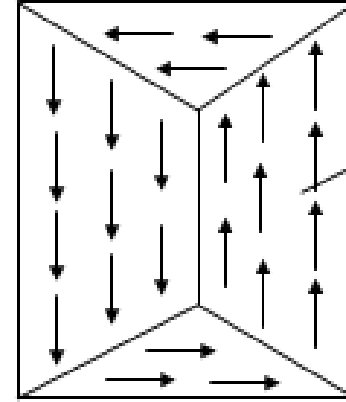
## Elastik Teori



$$\tau_{max} = \frac{T}{\alpha x^2 y}$$

Max. Gerilme uzun kenarın ortasında oluşur, köşelerde gerilme sıfırdır.

## Plastik Teori



$\tau_t = \text{sabit}$

Şekil değiştirmeler veya gerilmeler her bir kenar boyunca sabittir.

y/x	1.0	1.5	1.75	2.0	2.5	3.0	4	6	8	10	$\infty$
$\alpha$	0.208	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333

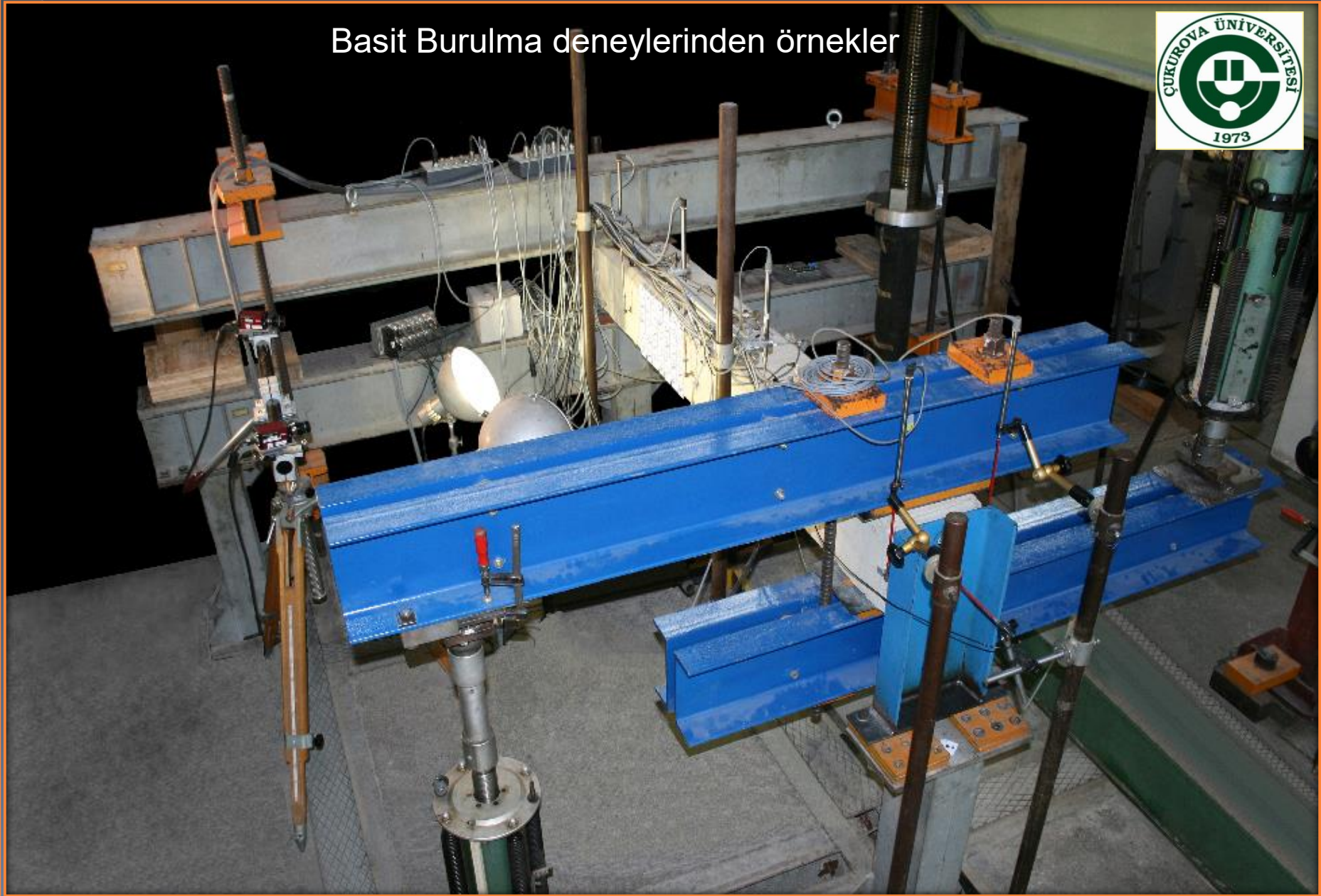
x : kısa kenar

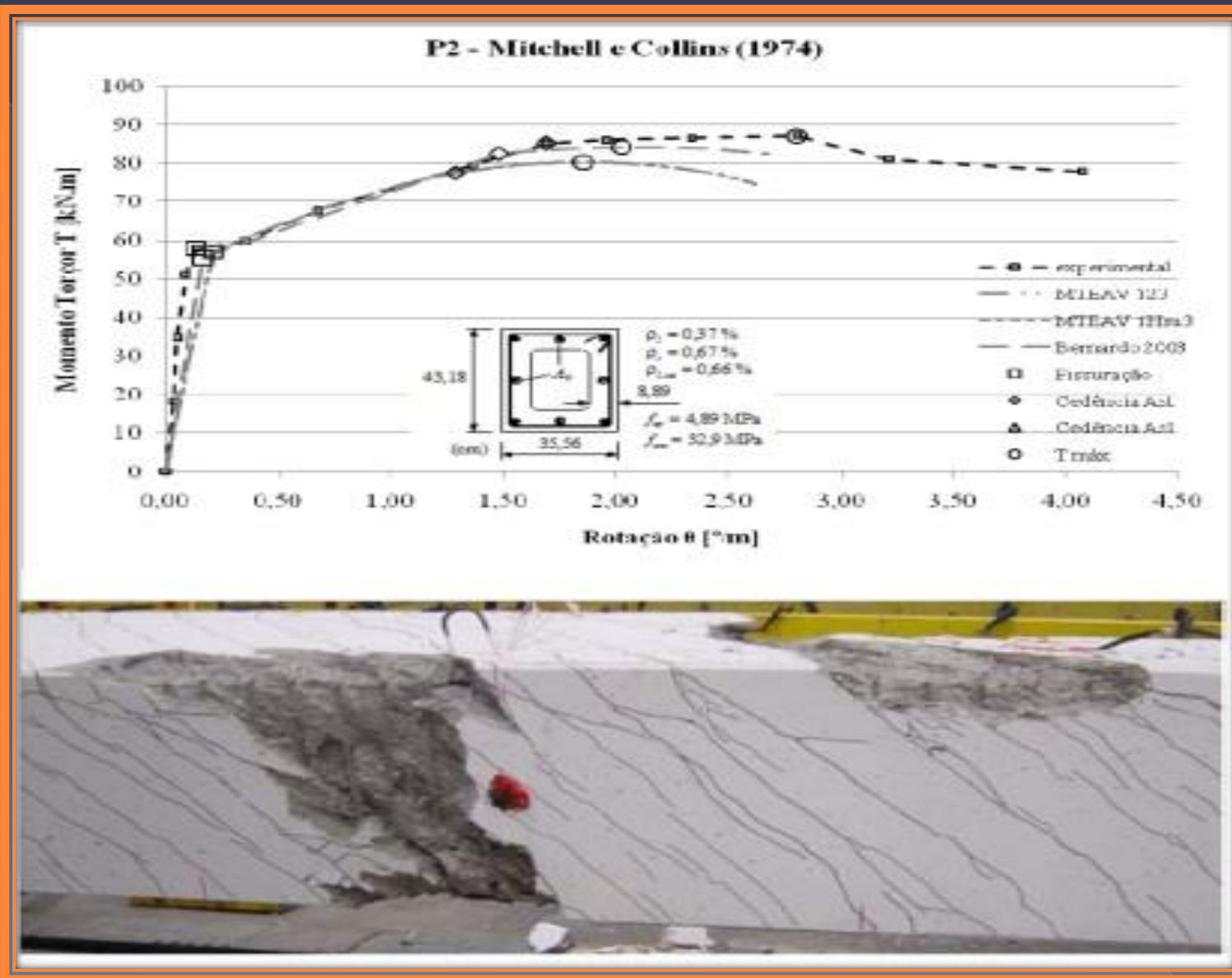
y : uzun kenar

$\alpha$  : y/x oranına bağlı katsayı (Tablo)



# Basit Burulma deneylerinden örnekler





Mitchell, D., and Collins, M.P. 1974. Behavior of structural concrete beams in pure torsion. Publication No. 74-06, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, Ont.

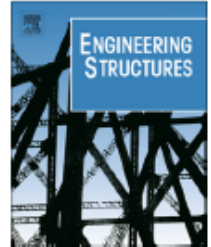


ELSEVIER

Contents lists available at [ScienceDirect](#)

## Engineering Structures

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/engstruct](http://www.elsevier.com/locate/engstruct)



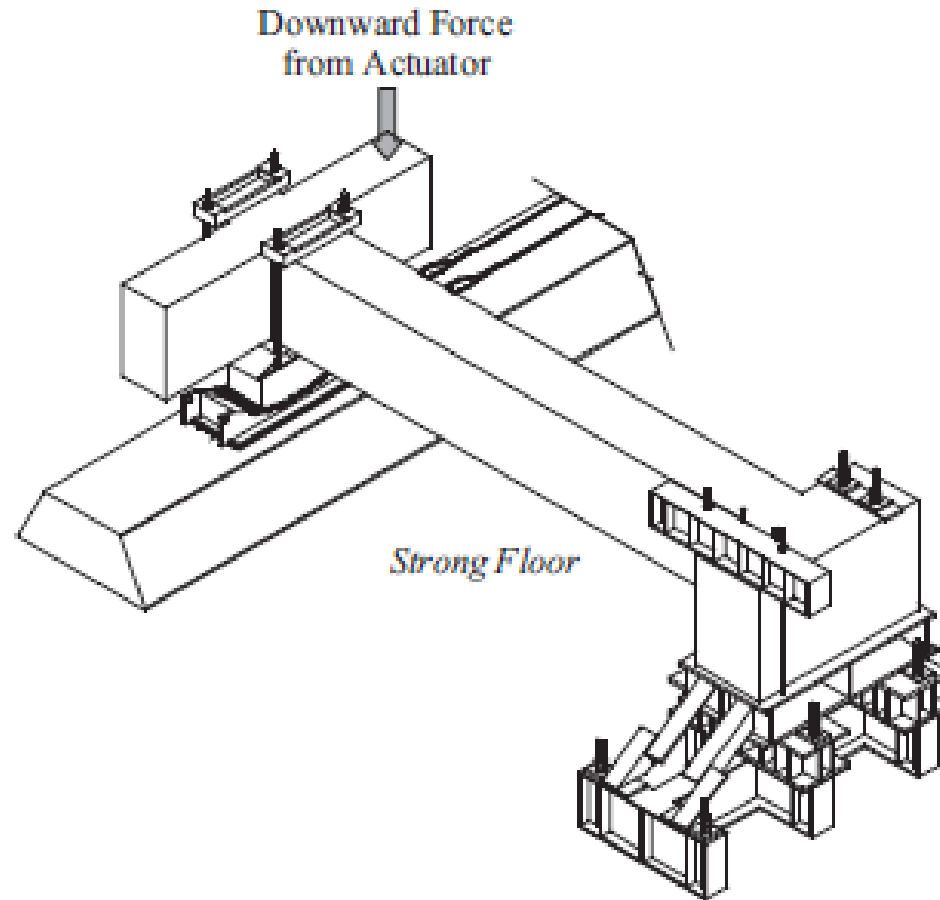
### Unified rational formula for pre-cracking torsional stiffness of solid and hollow reinforced concrete members

Chyuan-Hwan Jeng<sup>a,\*</sup>, Min Chao<sup>b</sup>

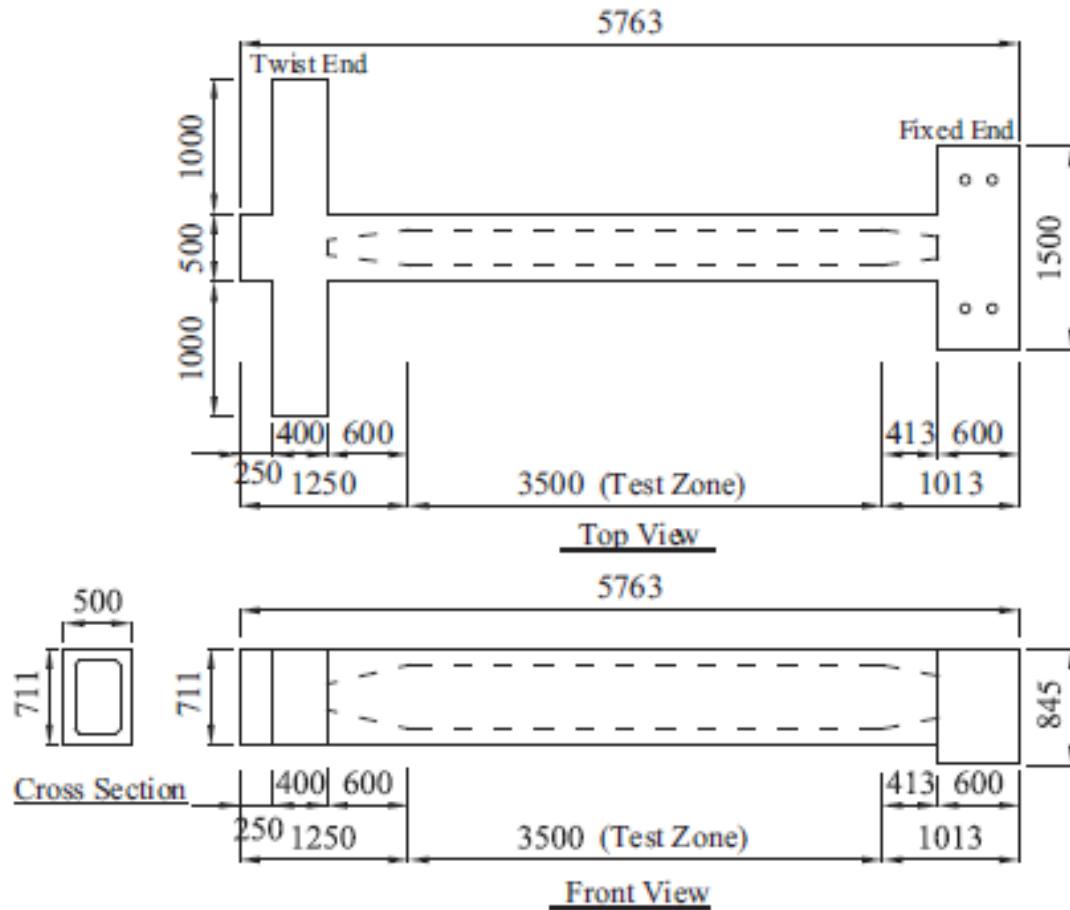
<sup>a</sup> Department of Civil Engineering, National Chi Nan University, Nantou, Taiwan

<sup>b</sup> Department of Civil Engineering and Geomatics, Cheng Shiu University, Kaohsiung, Taiwan





Burulma deney düzeneği



Kutu kesitli betonarme kiriş deney numuneleri(ölçüler mm)





Kutu kesitli betonarme kiriş burulma deneyi

# Burulma ve Eğilme Momentinin Elemena Birlikte Etkimesi Hali Deney Düzeneği

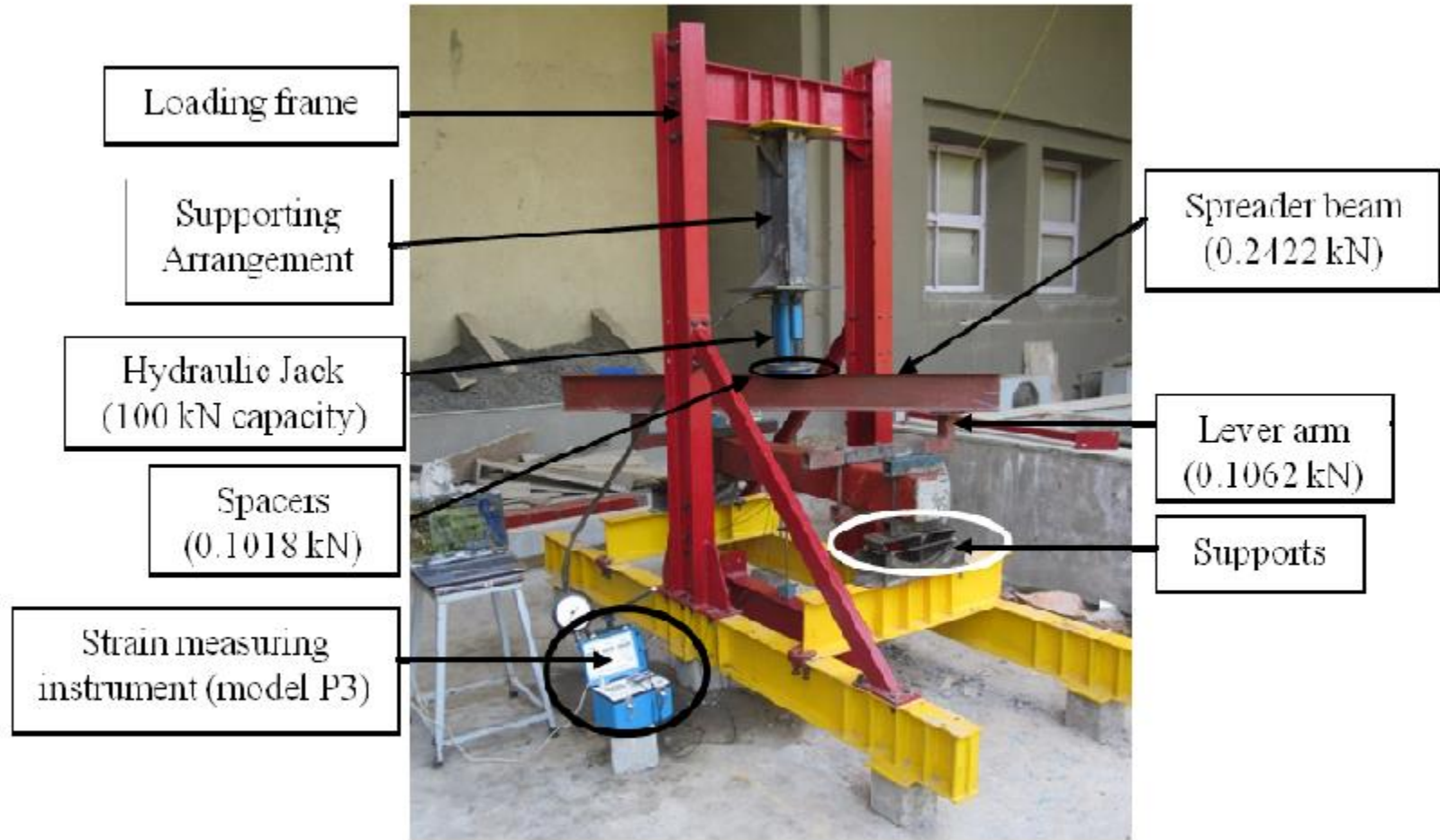


Fig. 2. Test set-up of combined torsion and bending with loading frame

# Burulma ve Eğilme Momentinin Elemena Birlikte Etkimesi Hali Deney Düzeneği

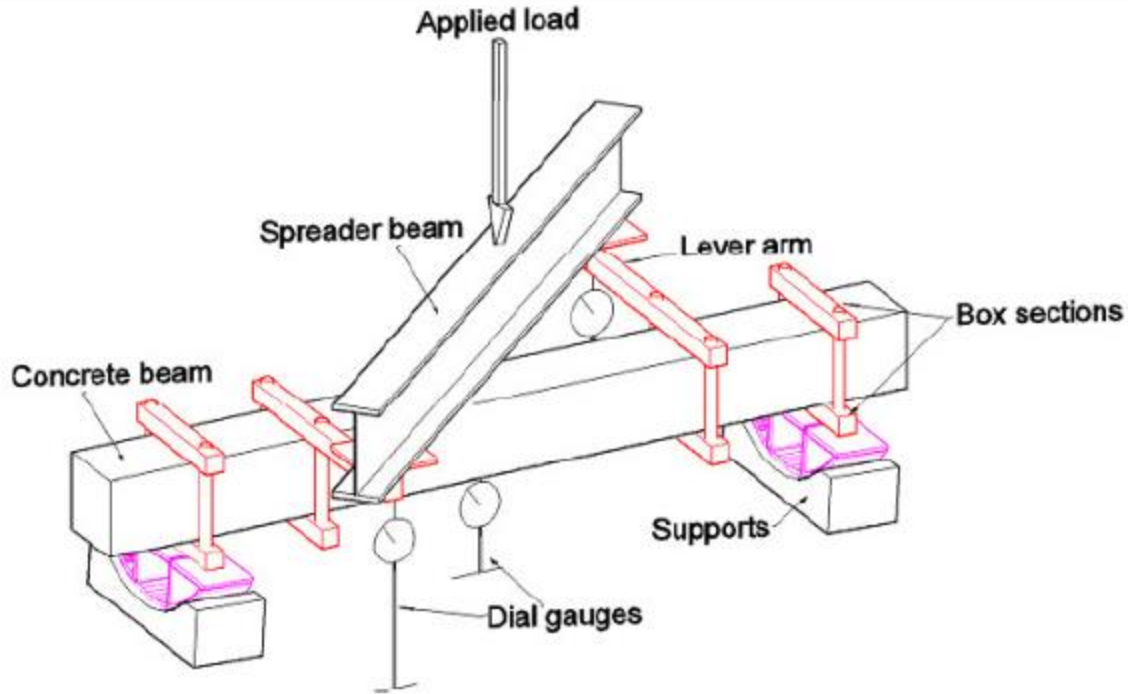


Fig. 3. Schematic diagram of test set-up for applying combined torsion and bending



## TAŞIMA GÜCÜ

Burulma etkisindeki elemanlar için elastisite teorisi geçerli değildir. Çünkü kesitteki gerilmelerin sabit kalması plastisite teorisinin daha iyi sonuç verebileceğini göstermektedir.

Yapılan deneyler sonucu plastisite teorisi kullanıldığında kesit kapasitesinin daha gerçekçi olarak saptanabileceği anlaşılmıştır.



## PLASTİK TEORİ-KUM TÜMSEĞİ ANALOJISI

- Plastisite teorisine göre çıkarılacak denklemleri, kum tümseği analojisinden elde etmek en kolay yoldur.
- Bu analoji, Prandl'ın membran analojisine benzemektedir.
- Yatay vaziyette tutulan kesit üzerine dökülen kohezyonsuz kumun aldığı biçim ile, Plastisite teorisindeki gerilme fonksiyonunun benzerliğini temel alan bu analogide, kum tümseğinin eğimi kesme gerilmesine eşit kabul edilmektedir.
- Bu durumda kum tümseğinin hacmi, kesitin taşıyabileceği burulma momentinin yarısına eşit olmaktadır.



# PLASTİK TEORİ-KUM TÜMSEĞİ ANALOJISI

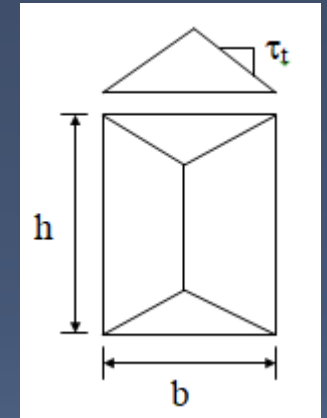
## (SAND HEAP ANALOGY)

Bu analogi yaygın olarak dikdörtgen ve tablalı kesitler için kullanılmaktadır.

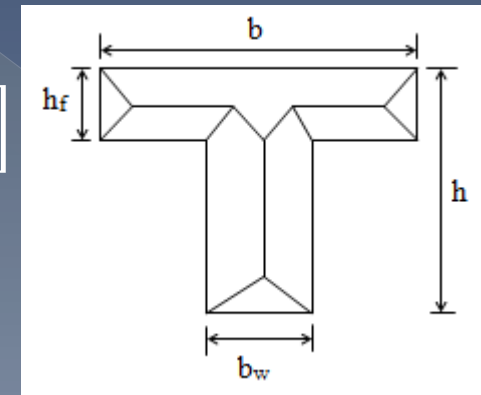
Uygulanan burulma= $2*(\text{Kum tümseği hacmi})*\tau_t$

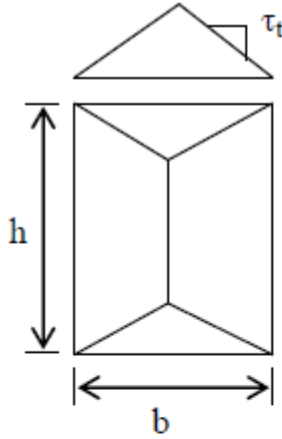
Kum tümseği eğimi=sabit=  $\tau_t$

Dikdörtgen kesit  $T = \frac{1}{2} b^2 \left( h - \frac{1}{3} b \right) \tau_t$



Tablalı Kesit  $T = \frac{\tau_t}{2} \left[ b_w^2 \left( h - \frac{b_w}{3} \right) + t^2 (b - b_w) \right]$





$$T = 2 * (\text{Hacim}) * \tau_t$$

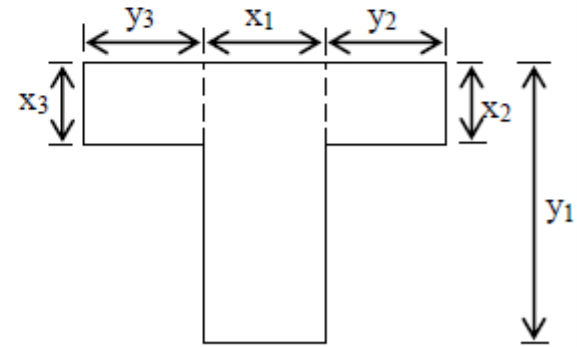
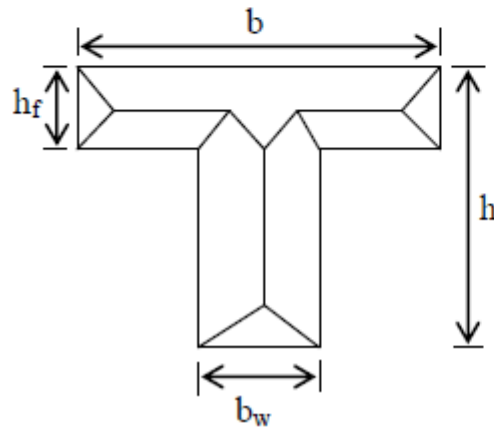
$$2 * \text{Hacim} = 2 \left( \frac{1}{2} b \frac{b}{2} h - \frac{1}{2} \frac{b}{2} \frac{b}{2} b \right)$$

$$T = \frac{1}{2} b^2 \left( h - \frac{b}{3} \right) \tau_t$$

Tablalı kesitler dikdörtgen elemanlara ayrılır.  
Yaklaşık olarak:

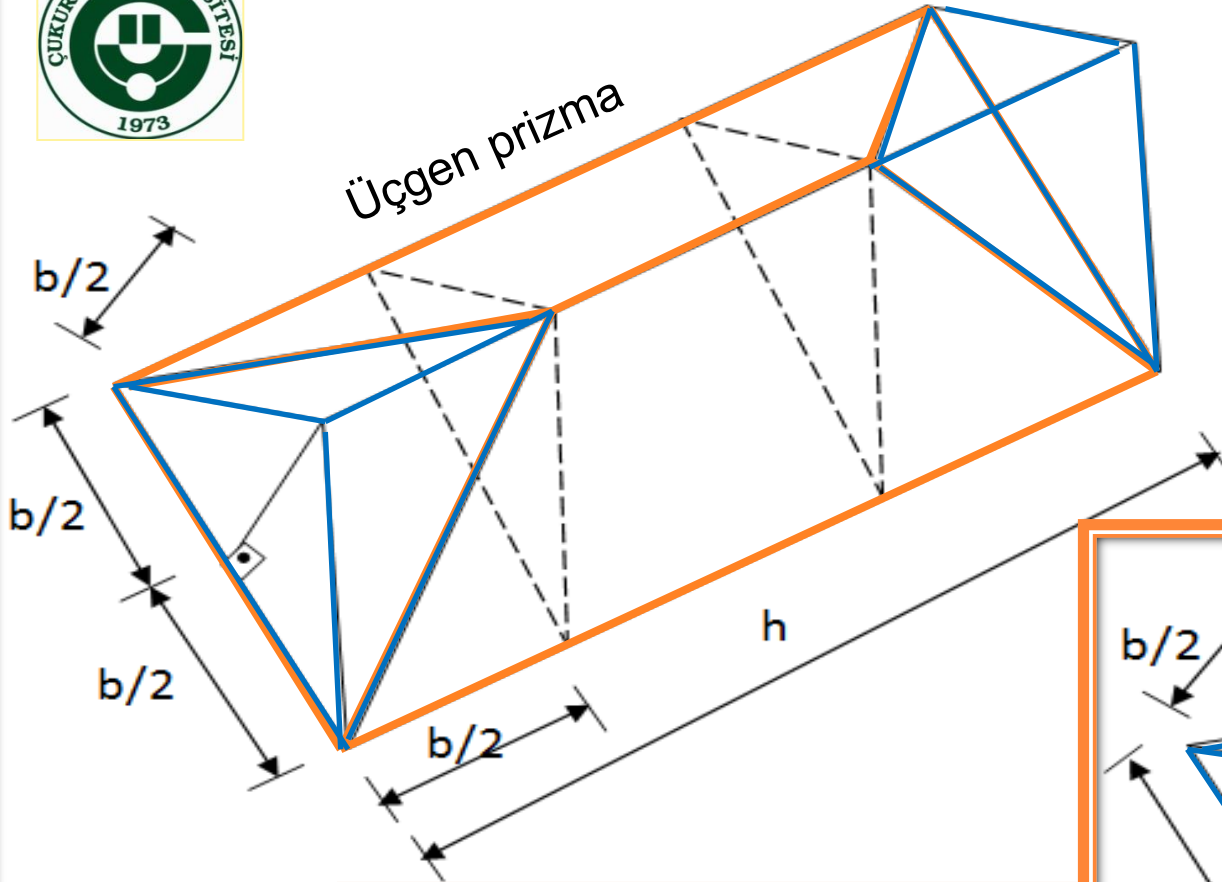
$$T = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left( y_i - \frac{x_i}{3} \right) \tau_t$$

$x_i$ : Kısa kenar  
 $y_i$ : Uzun kenar

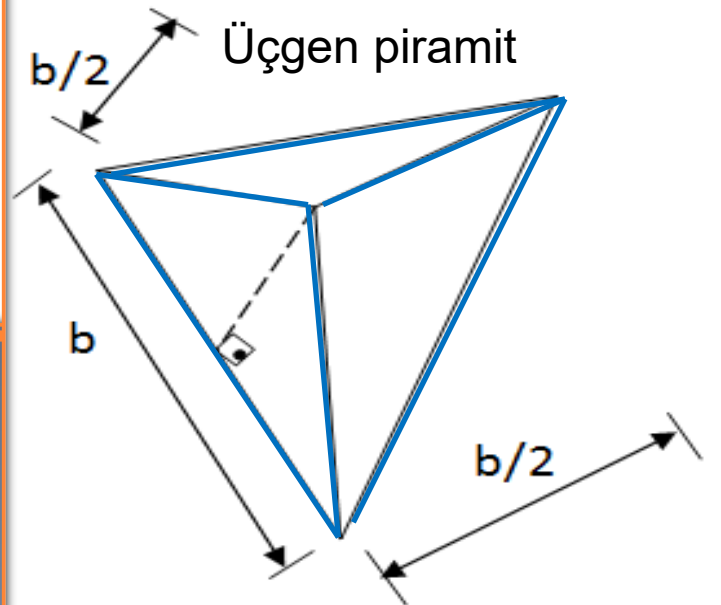




Üçgen prizma

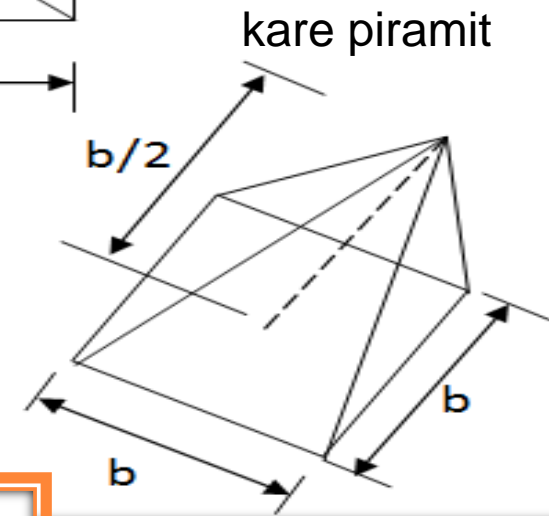
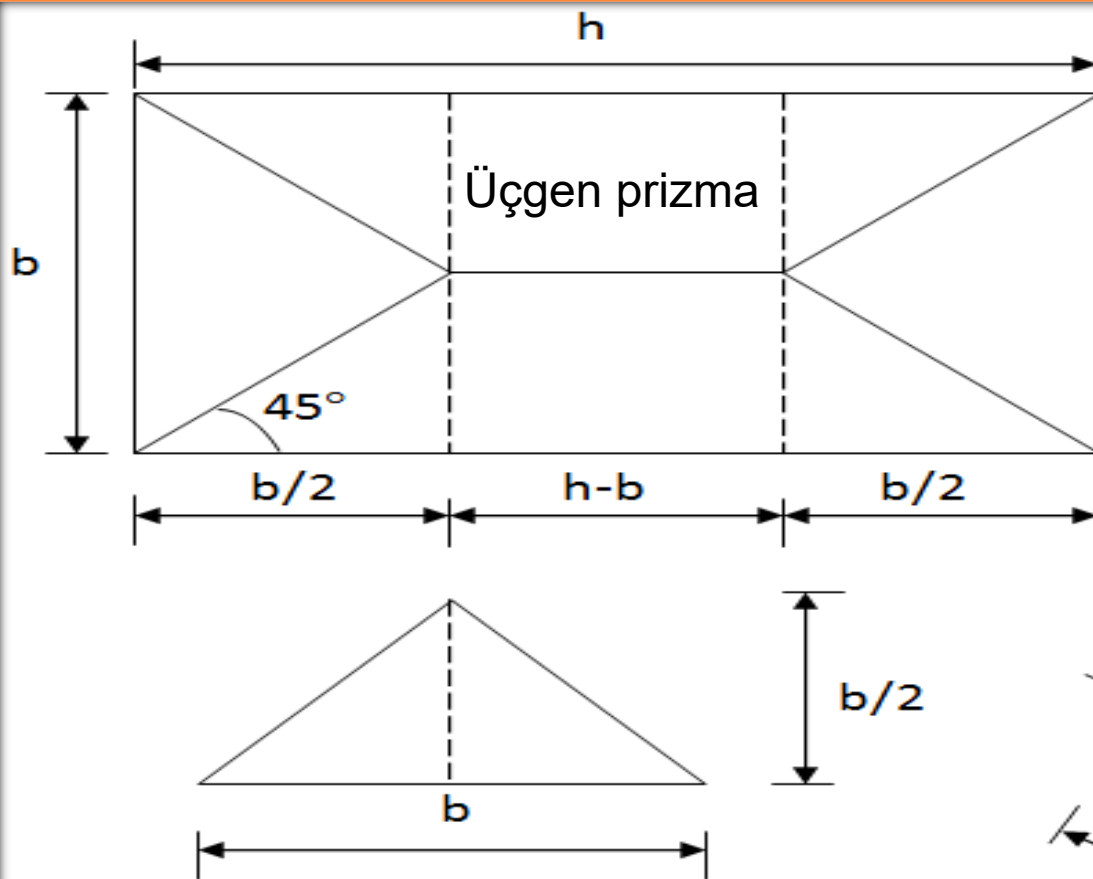


Üçgen piramit



$$2 \left( \frac{1}{2} b \frac{b}{2} h - 2 \frac{1}{2} b \frac{b}{2} \frac{1}{3} \frac{b}{2} \right)$$
$$\frac{1}{2} b^2 h - \frac{1}{2} \frac{b^3}{3} = \frac{1}{2} b^2 \left( h - \frac{b}{3} \right)$$

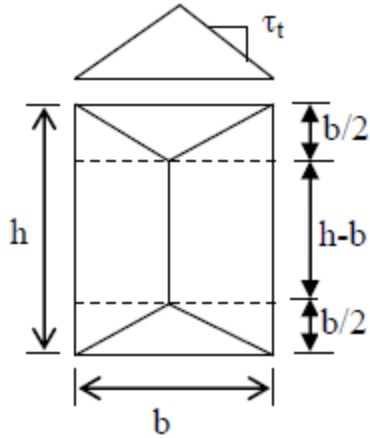




$$2 \left( \frac{1}{2} b \frac{b}{2} (h - b) + b b \frac{1}{3} \left( \frac{b}{2} \right) \right)$$

$$\frac{1}{2} b^2 h - \frac{b^3}{2} + \frac{b^3}{3} = \frac{1}{2} b^2 h - \frac{1}{2} \frac{b^3}{3}$$

$$= \frac{1}{2} b^2 \left( h - \frac{b}{3} \right)$$



$$T = 2 * (\text{Hacim}) * \tau_t$$

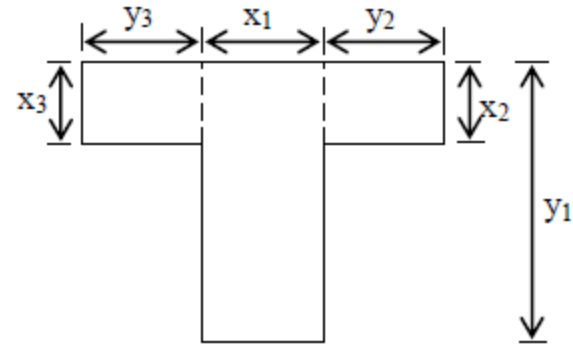
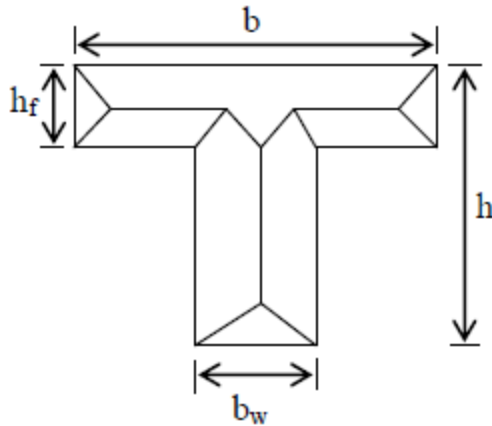
$$2 * \text{Hacim} = 2 \left[ \frac{1}{2} b \frac{b}{2} (h - b) + b b \frac{1}{3} \frac{b}{2} \right]$$

$$T = \frac{1}{2} b^2 (h - \frac{b}{3}) \tau_t$$

Tablalı kesitler dikdörtgen elemanlara ayrılır.  
Yaklaşık olarak:

$$T = \frac{1}{2} \sum x_i^2 (y_i - \frac{x_i}{3}) \tau_t \quad x_i: \text{Kısa kenar}$$

$y_i$ : Uzun kenar



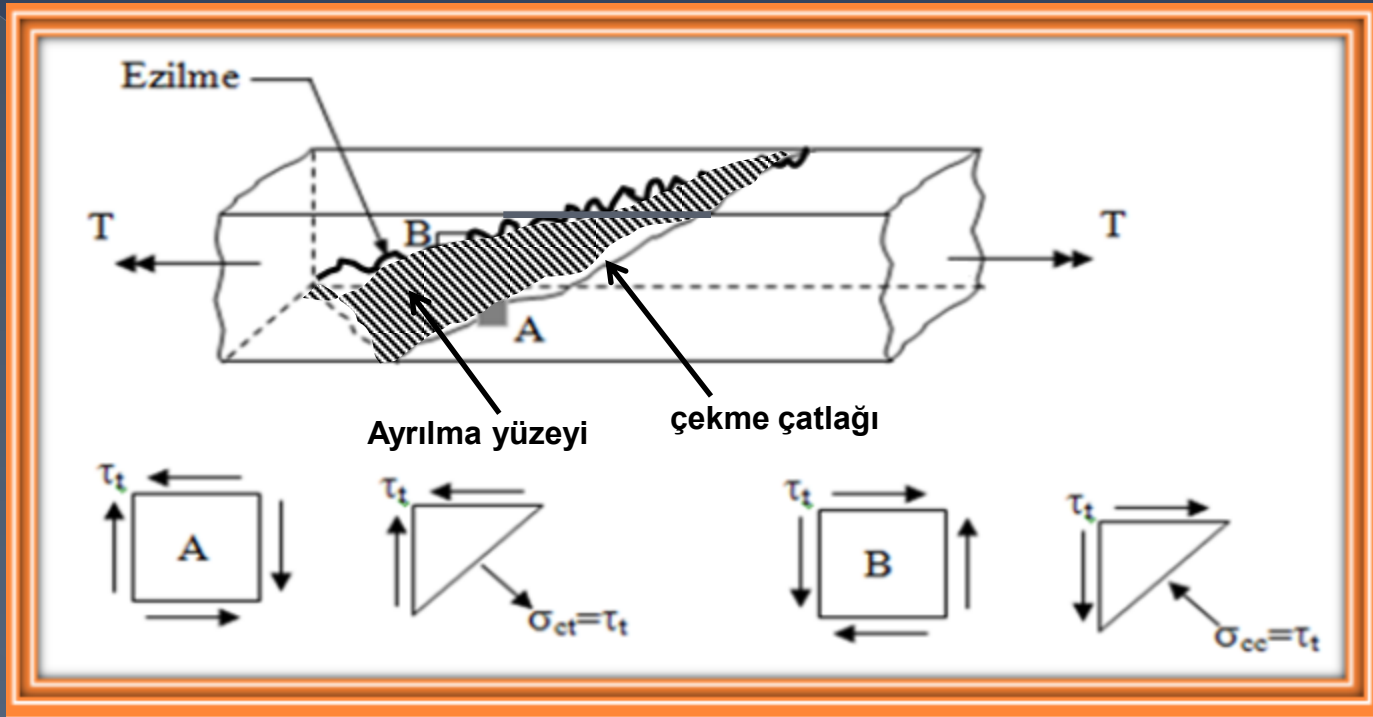
# BETONARMEDE BURULMA HESABI

## Çatlama Burulması:

Plastisite teorisinin geçerli olduğu varsayılırsa, çatlamaya neden olan burulma momenti  $T_{cr}$ , kayma gerilmesi ( $\tau_t$ ) yerine betonun çekme dayanımı konularak elde edilebilir.

Basit kayma gerilmesi halinde  $\sigma_{ct} = \tau_t = f_{ctk}$

$$T_{cr} = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left( y_i - \frac{x_i}{3} \right) f_{ctk} \text{ (Hesaplarda } f_{ctk} \text{ yerine } f_{ctd} \text{ alınmalıdır)}$$



Basit kayma gerilmesi halinde  $\sigma_{ct} = \tau_t = f_{ctk}$

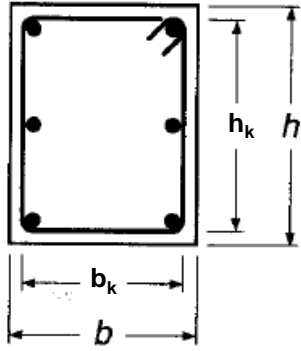
$$T_{cr} = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left( y_i - \frac{x_i}{3} \right) f_{ctk} \text{ (Hesaplarda } f_{ctk} \text{ yerine } f_{ctd} \text{ alınmalıdır)}$$



Boyuna ve enine donatısı bulunan bir betonarme elemanın kapasitesini saptamak için birçok model önerilmiştir.

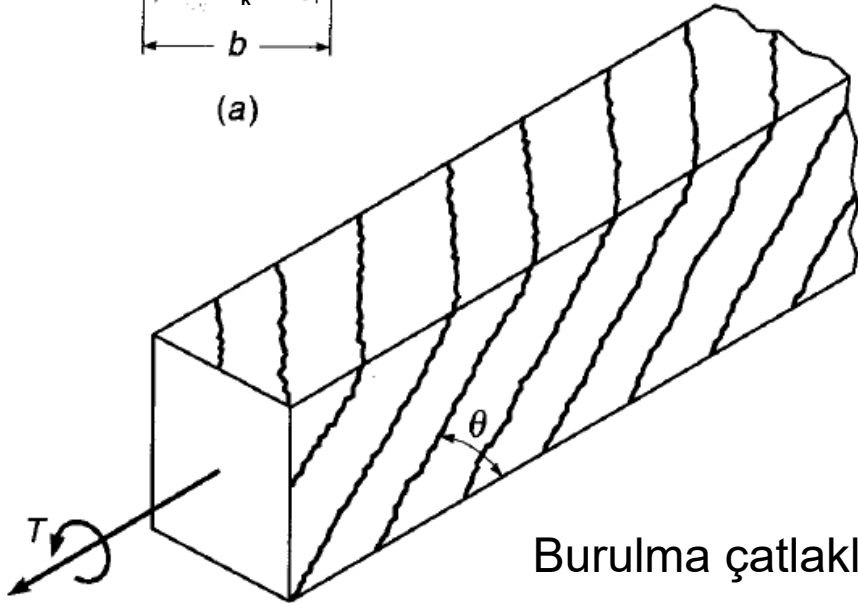
Bunlardan ilki, 1929 yılında Rausch tarafından geliştirilen “*Uzay Kafes Kiriş*” modelidir. Bu modelde, kesme için önerilen modele benzer bir biçimde donatı çekme elemanlarını, asal basınç yönündeki beton ise, basınç elemanlarını oluşturmaktadır.

# betonarme elemanda burulma çatlakları



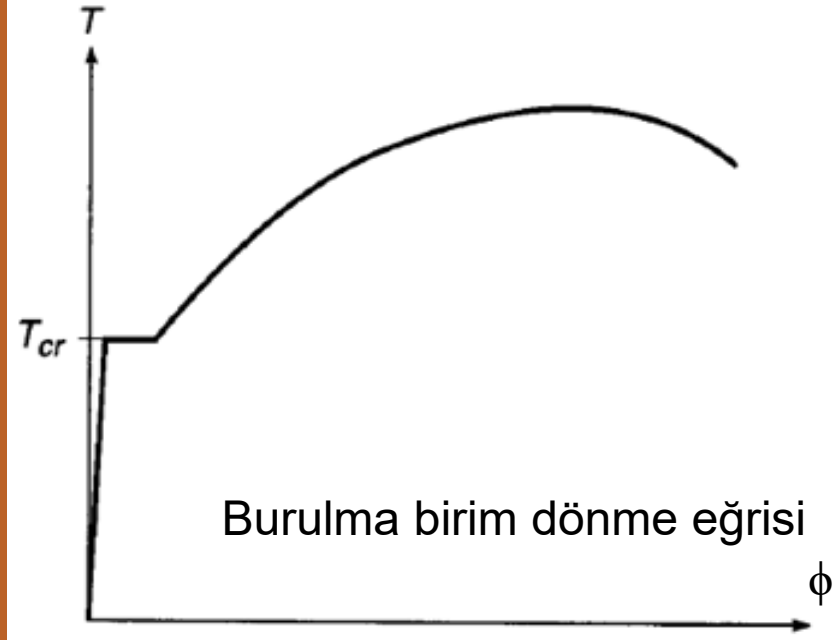
Burulma donatısı

(a)

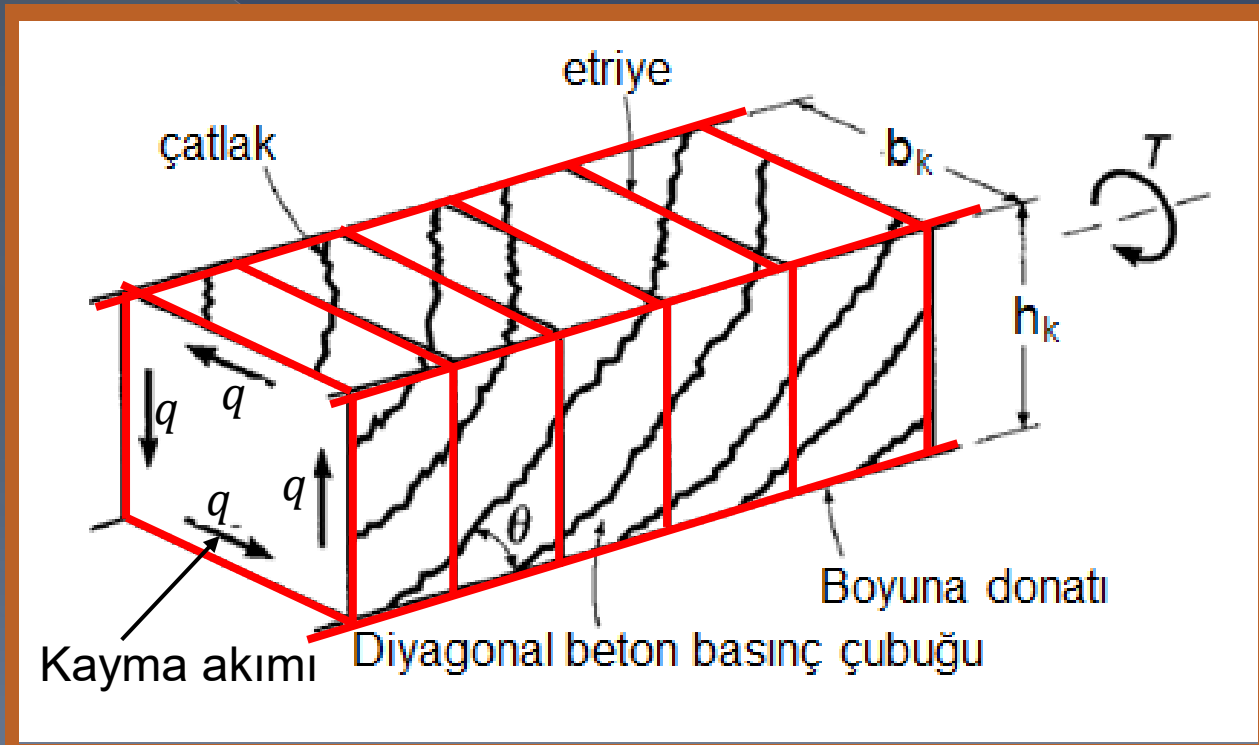


Burulma çatlakları

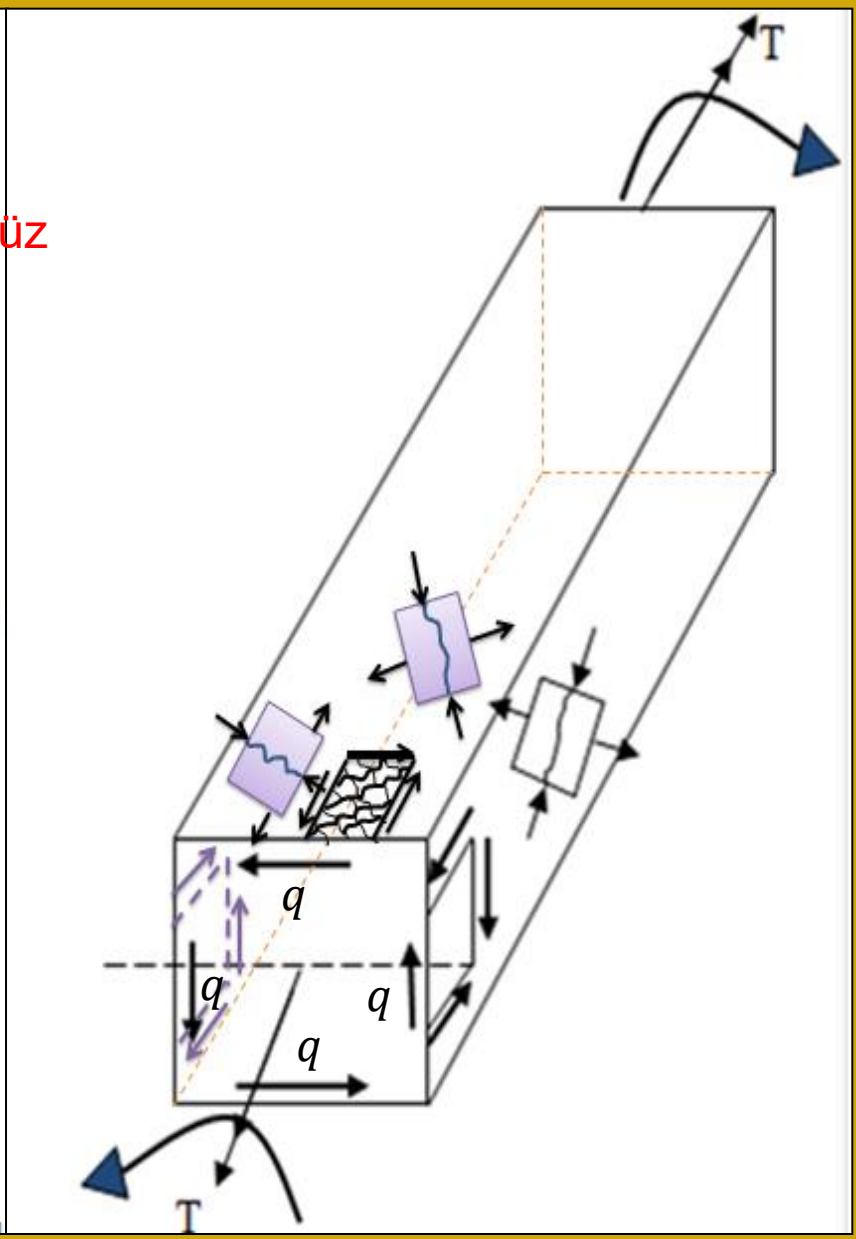
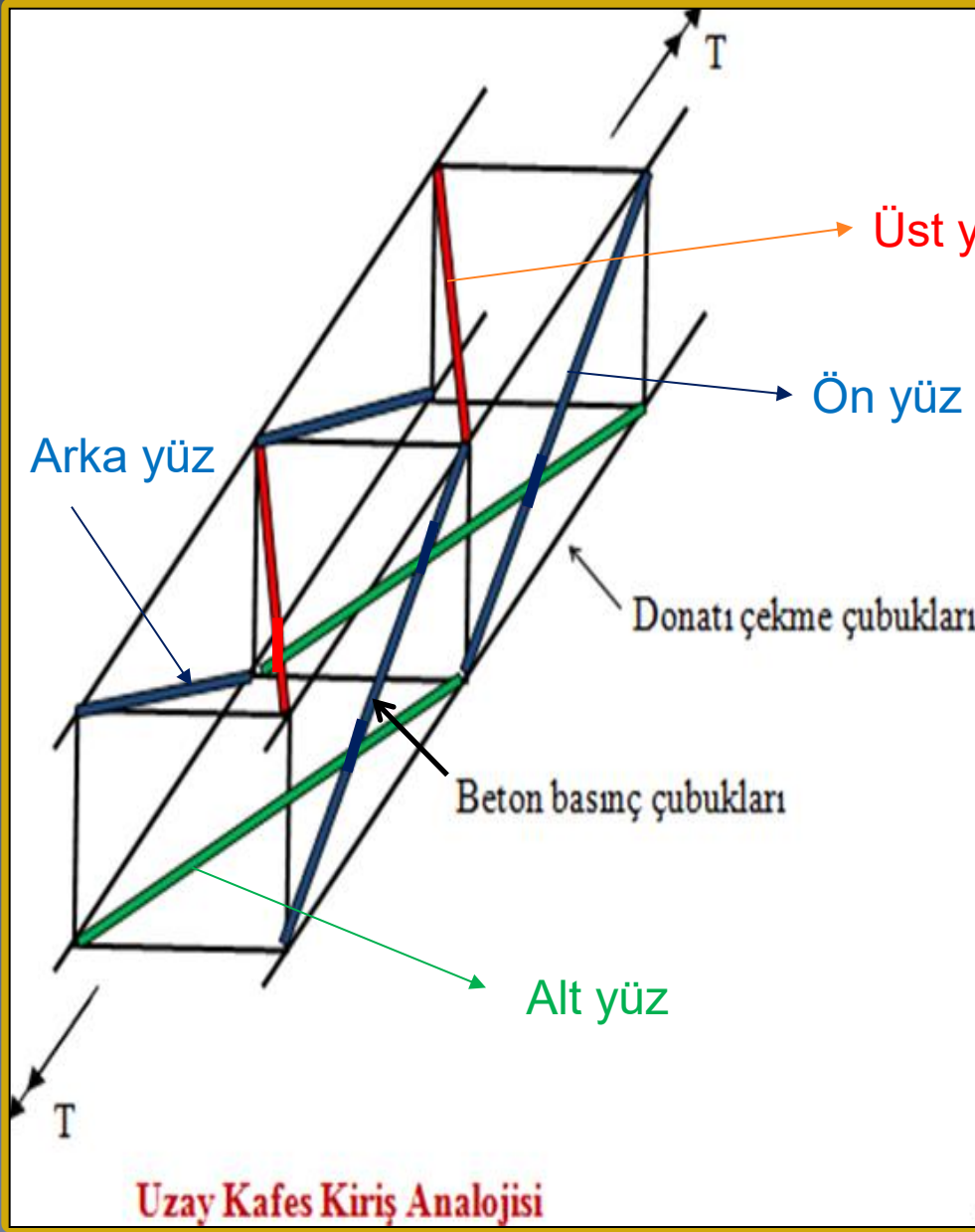
(b)



Burulma birim dönme eğrisi



# “Uzay Kafes Kiriş Modeli”

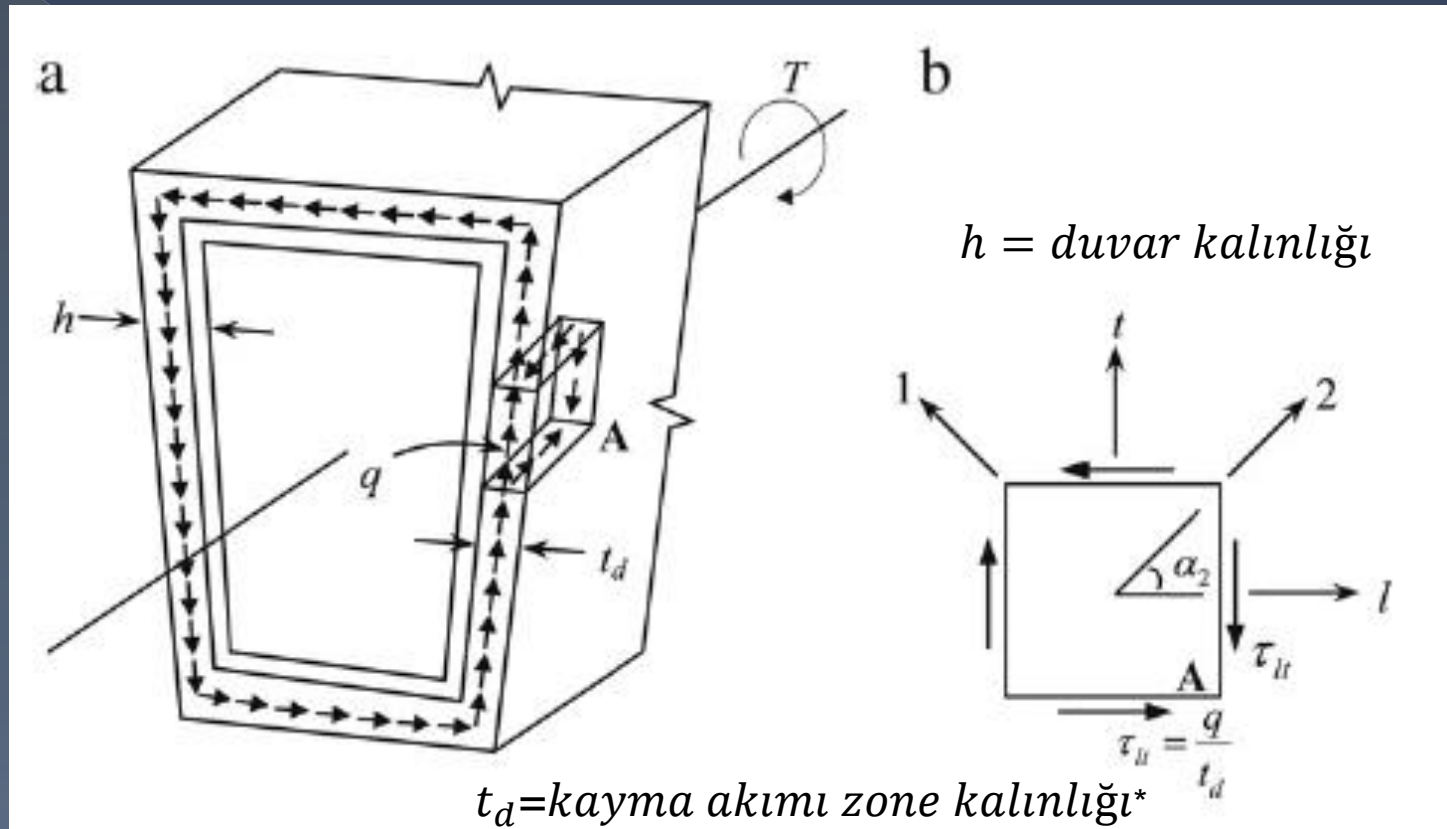






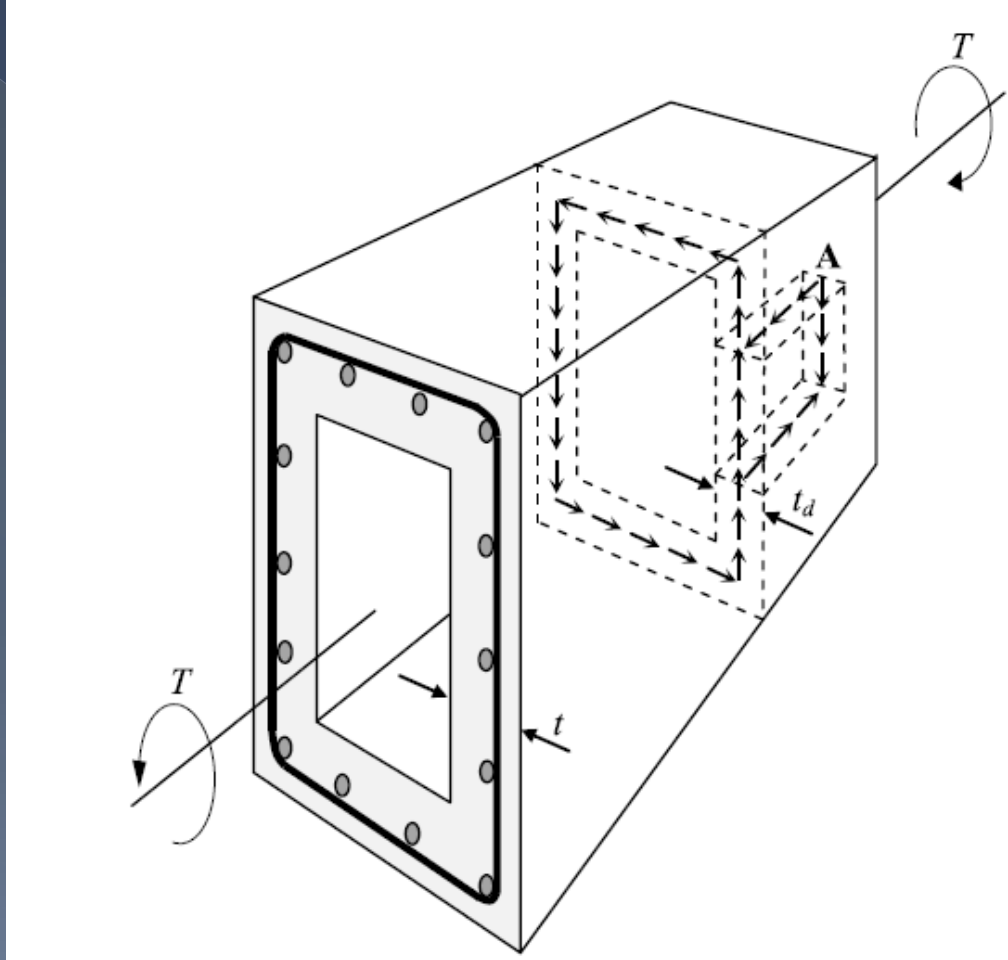
Basit burulma altındaki bir kesitin iç liflerinde gerilmeler düşük ve moment kolları da küçük olduğundan, bu liflerin burulma dayanımına katkıları azdır.

Bu nedenle iç liflerin etkisi ihmal edilerek, dolu kesit, ince duvarlı eşdeğer bir kutu kesite dönüştürülmektedir.



Basit burulma etkisi altında betonarme kesit  
 (a) kesitte kayma akımı (b) A elemanında düzlem gerilme hali

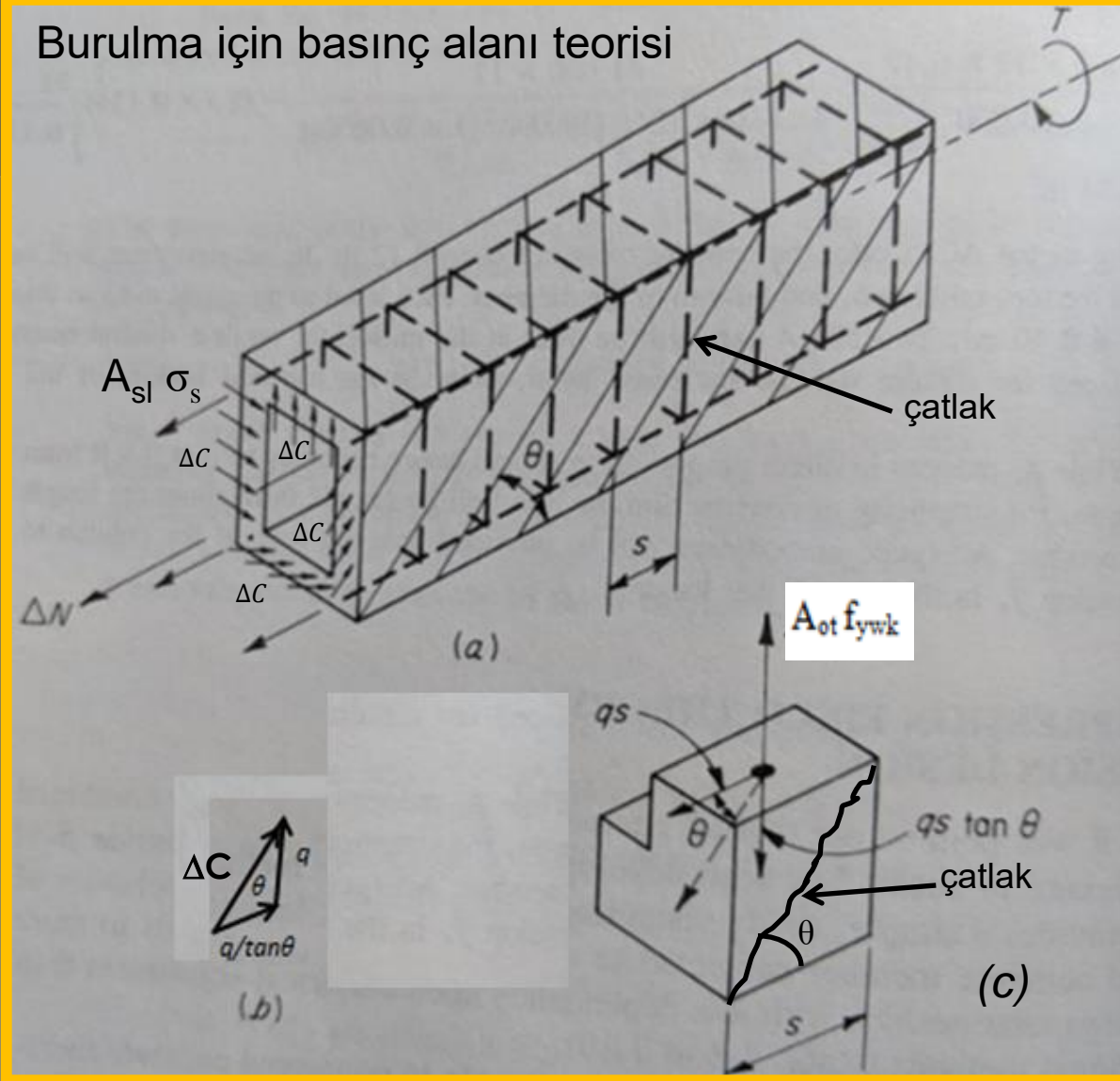
\*Chyuan-Hwan Jeng, Min Chao, Unified rational formula for pre-cracking torsional stiffness of solid and hollow reinforced concrete members, Engineering Structures 99 (2015) 92–107.



$t_d$ =kayma akımı zone kalınlığı  
 $t$ =kutu kesit duvar kalınlığı

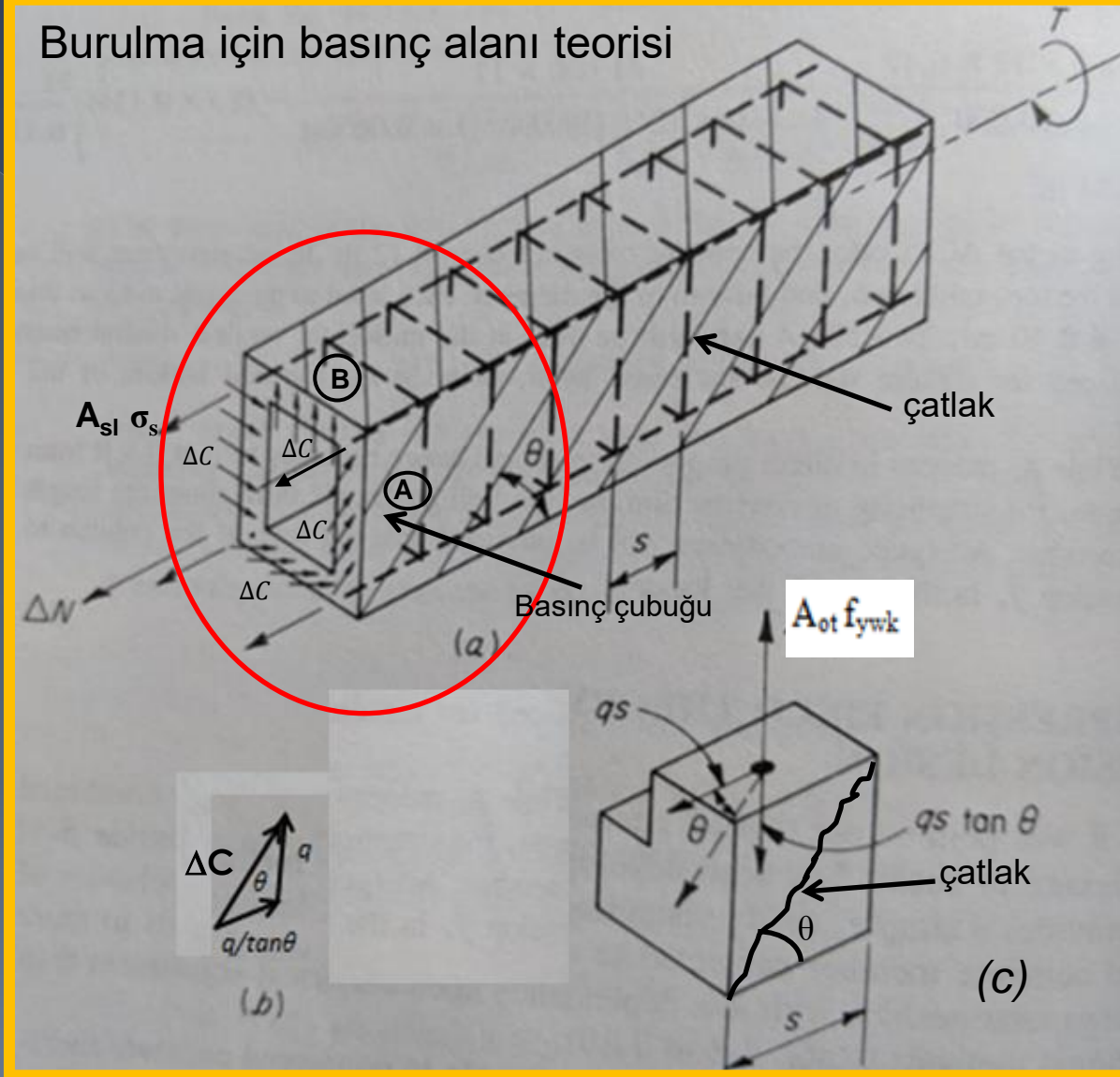
Basit burulma etkisinde betonarme kutu kesit

## Burulma için basınç alanı teorisi

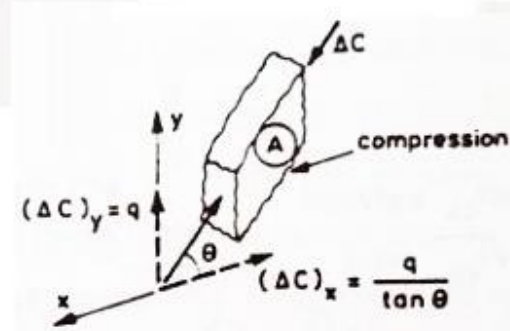
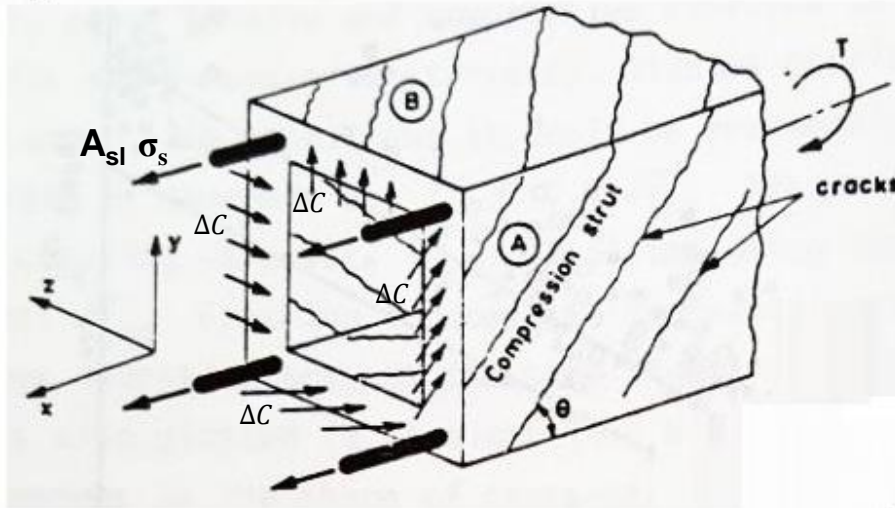
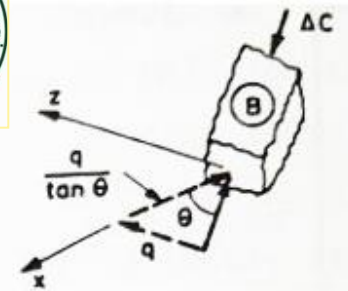


- (a) Burulma altında betonarme kutu kesitin serbest cisim diyagramı  
(b) Betonda diyagonal basınç gerilmesi bileşenleri  
(c) Köşe elemanına etki eden gerilme ve kuvvetler

## Burulma için basınç alanı teorisi

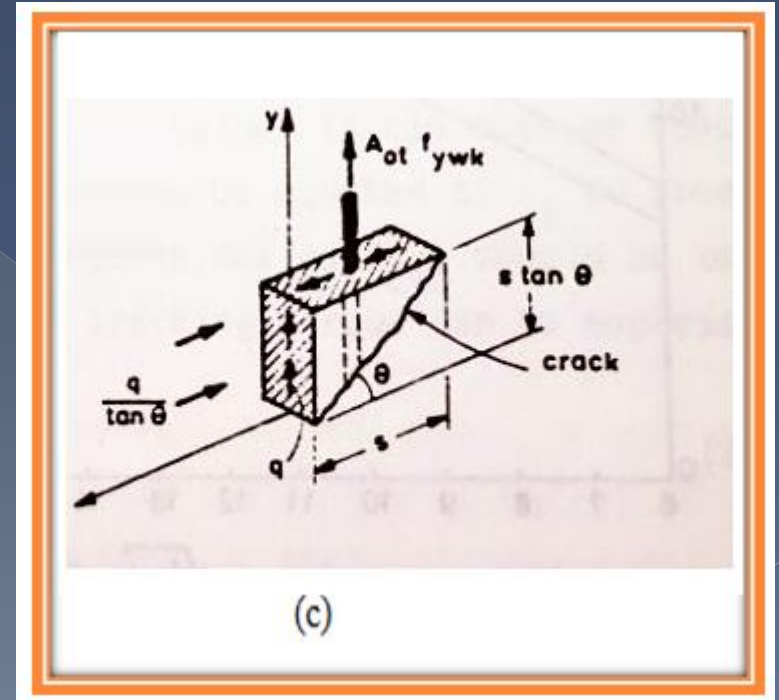
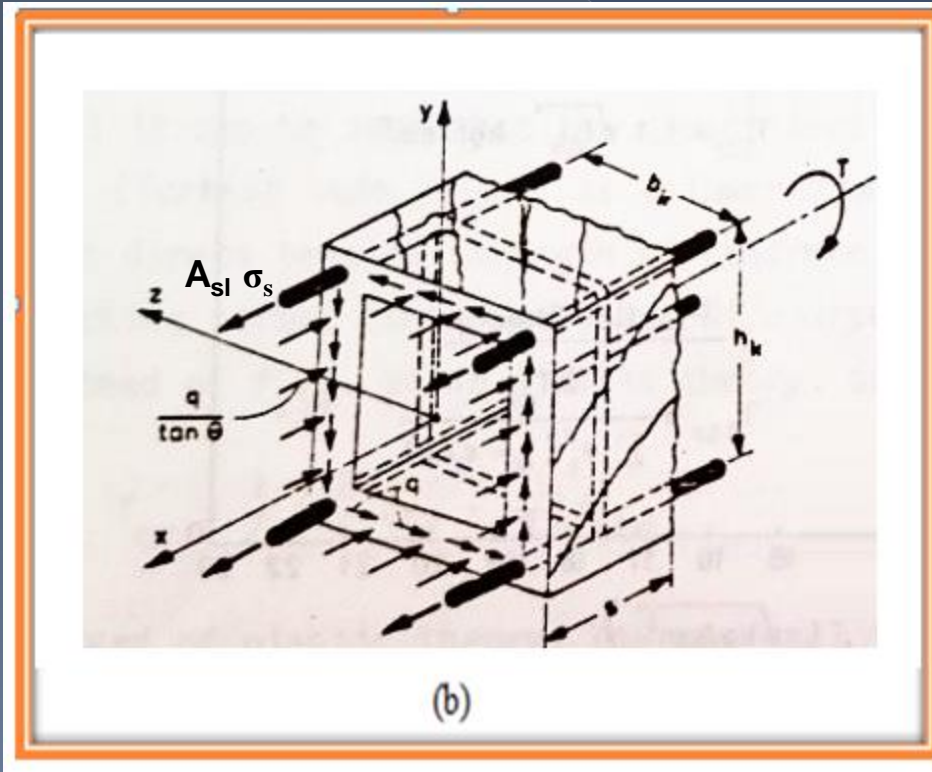


- (a) Burulma altında betonarme kutu kesitin serbest cisim diyagramı  
(b) Betonda diyagonal basınç gerilmesi bileşenleri  
(c) Köşe elemanına etki eden gerilme ve kuvvetler



(a)

Kesit  $x$  eksenine dik olacak şekilde kesilir, kolay anlaşılabilmesi için kesit, dolu kesit yerine tüp kesit olarak modellenmiştir. Zira içteki liflerin burulma kapasitesine fazla bir katkısı olmamaktadır.





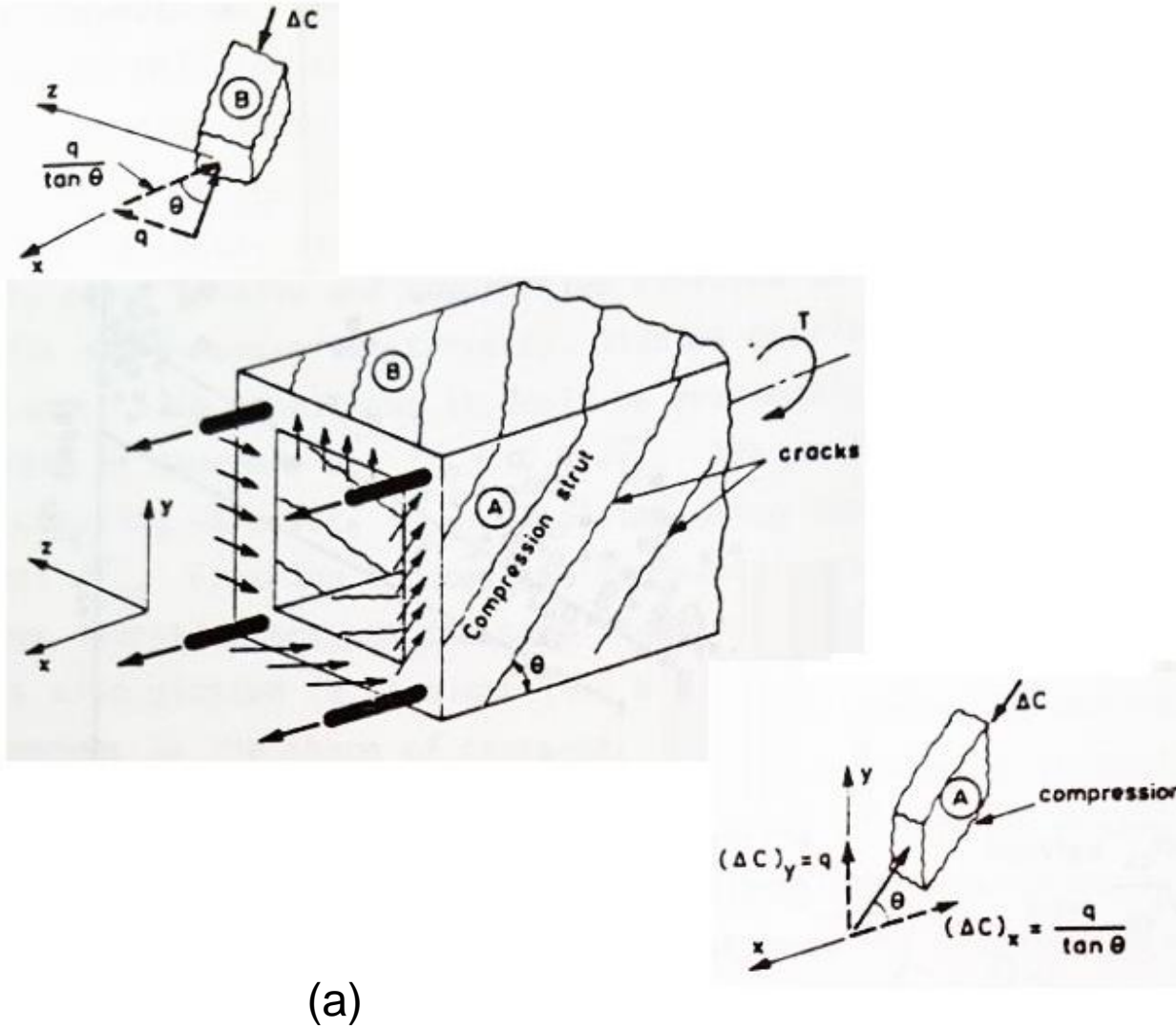
Eğik basınç çubuklarının eksene dik alınan bir kesite paralel olan bileşkesi, birim boya düşen kesme kuvveti  $q$  kayma akışına eşit olacaktır.

Uzay kafes kiriş modelinden, etriye ve boyuna donatı için aşağıdaki bağıntılar elde edilmektedir.

\* Basınç çubukları (A ve B), iki çatlak arası olup serbest cisim diyagramları çizilmiştir (Şekil (a)).

\* Çatlak yüzeylerinde gerilme transferi olmadığı kabul edilmiştir.





\* Basınç çubuğunda sadece çevrenin birim uzunluğu boyunca etki eden  $\Delta C$  aksenal kuvveti vardır.

\*  $\Delta C$  nin iki bileşeni (teğetsel ve x-y düzlemine dik\* ) :

Teğetsel bileşen (tangential component)=  $q/\tan \theta$

(\*  $q$ : B elemanı için x-y düzlemine dik , A elemanı için x-z düzlemine dik)

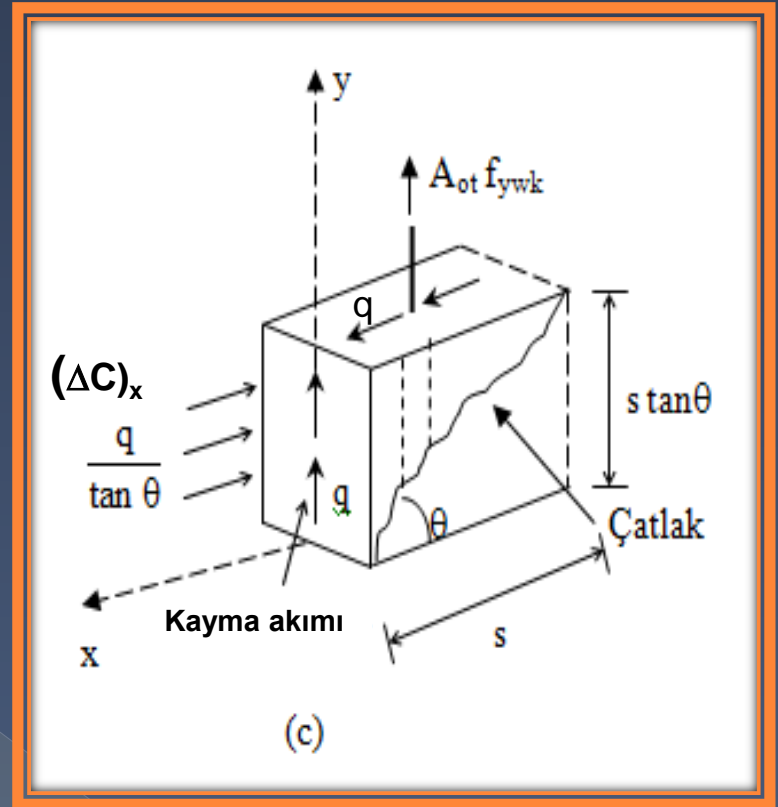
$q$ : Kayma akımı (birim boya düşen kesme kuvveti  $kN/m$ )

$\tan \theta$  : Çatlağın eğimi

\* Şekil (c) de (s) uzunluğundaki eleman göz önüne alınıyor.

s: Etriye adımı.

Şekilde kesitin çevresi boyunca etki eden beton basınç kuvvetinin teğetsel ve normal bileşenleri gösterilmiştir.



\* Kayma akımın teğetsel bileşeni kesit çevresi boyunca sabit kabul edilmektedir (Bu kabul deneysel bulgularla uyum içindedir).

\* Tüp tarafından taşınan burulma, kayma akımın fonksiyonu cinsinden BREDT denklemi kullanılarak ifade edilebilmektedir.

$$T_r = 2(A_e)q \quad \text{BREDT denklemini}$$

$$A_{sl}(\sigma_s) = \frac{q}{\tan \theta} U_e \quad (\sigma_s = f_{yd}) \quad \text{Şekil(b)-Dengesi}$$

Kesite dik yönde çevre boyunca basınç oluşturan kuvvetlerin toplamı

$$q = \frac{T_r}{2A_e} \quad U_e = 2(b_k + h_k)$$

$$A_{sl} = \frac{T_r (U_e)}{2A_e f_{yd} \tan \theta}$$

$$T_r = \frac{A_{sl} (2A_e) f_{yd} \tan \theta}{U_e} \quad (1)$$

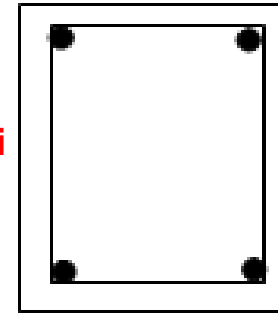
$A_{sl}$ : Kesitteki boyuna burulma donatısı toplam kesit alanı

$\sigma_s$ : Boyuna donatıdaki gerilme.

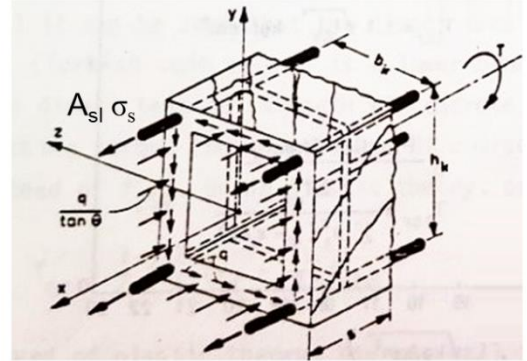
$q$ : Kayma akımı

$\theta$ : Diagonal çatlak açısı.

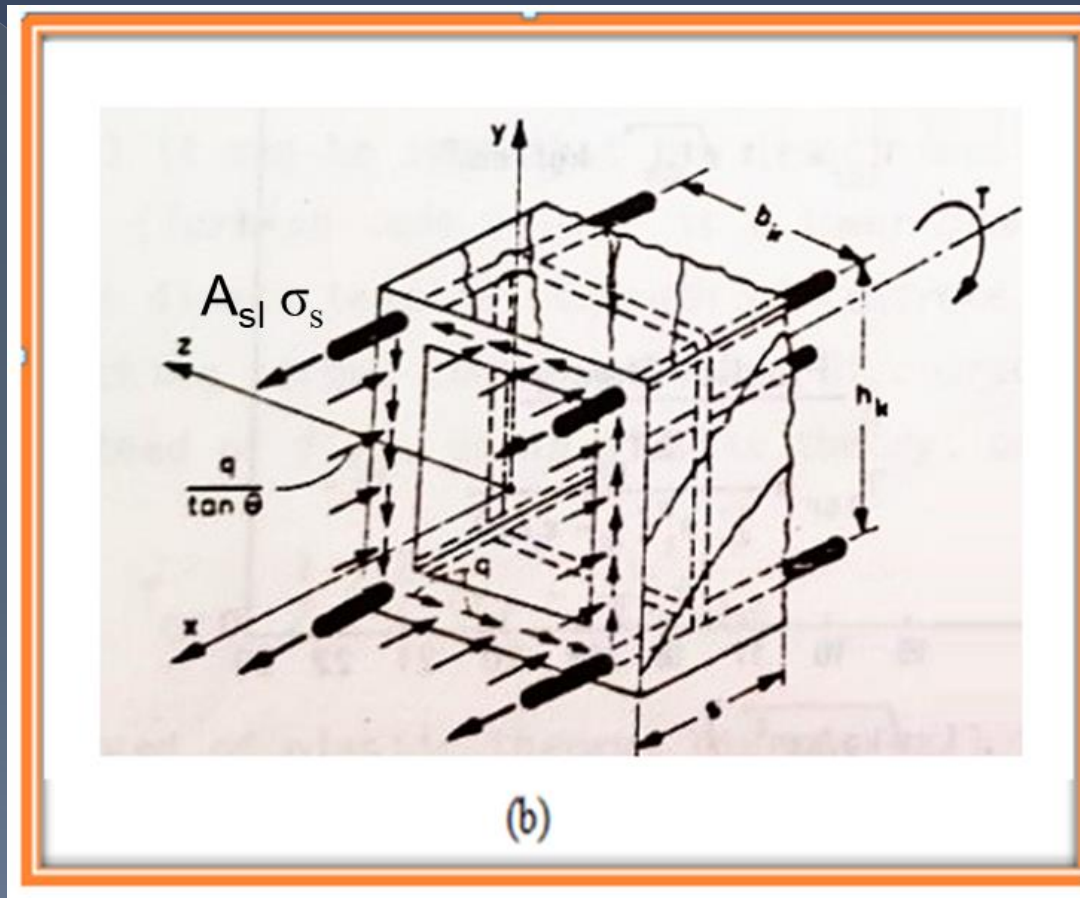
$U_e$ :  $A_e$  alanının çevresi.



$$A_e = b_k h_k$$



(b)



$q(s) \tan \theta = A_{ot}(f_{ywd})$  **Şekil(c)-Dengesi**

$$q = \frac{T_r}{2A_e} \cdot \frac{A_{ot}}{s} = \frac{T_r}{2A_e f_{ywd}} \tan \theta$$

$$T_r = \left(\frac{A_{ot}}{s}\right)(2A_e f_{ywd}) \frac{1}{\tan \theta} \quad (2)$$

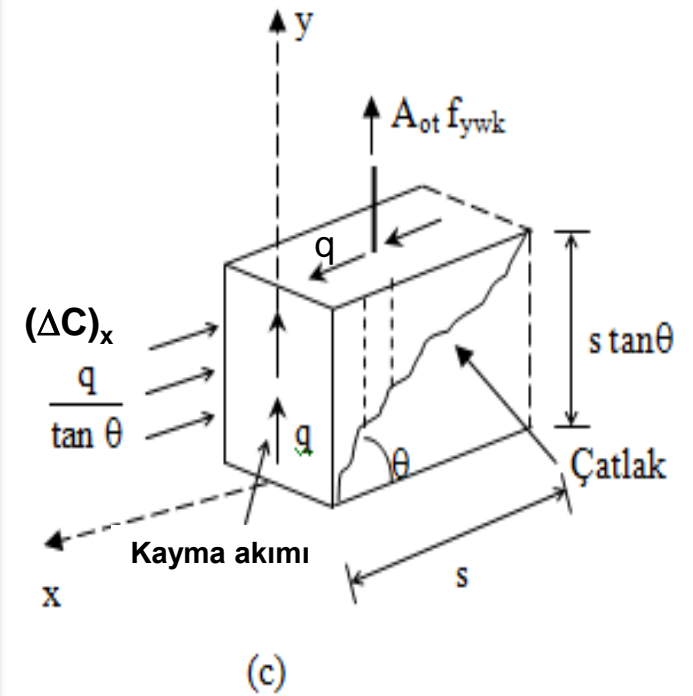
(1) ve (2) denklemlerinin eşitliğinden;

$T_r = T_r$  ve  $\tan \theta = 1$  ( $\theta = 45^\circ$ )

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} \quad (3)$$

$A_{ot}$ : Kesitteki burulma etriye alanı

$f_{ywd}$ : Etriye çeliğinin akma hesap dayanımı.





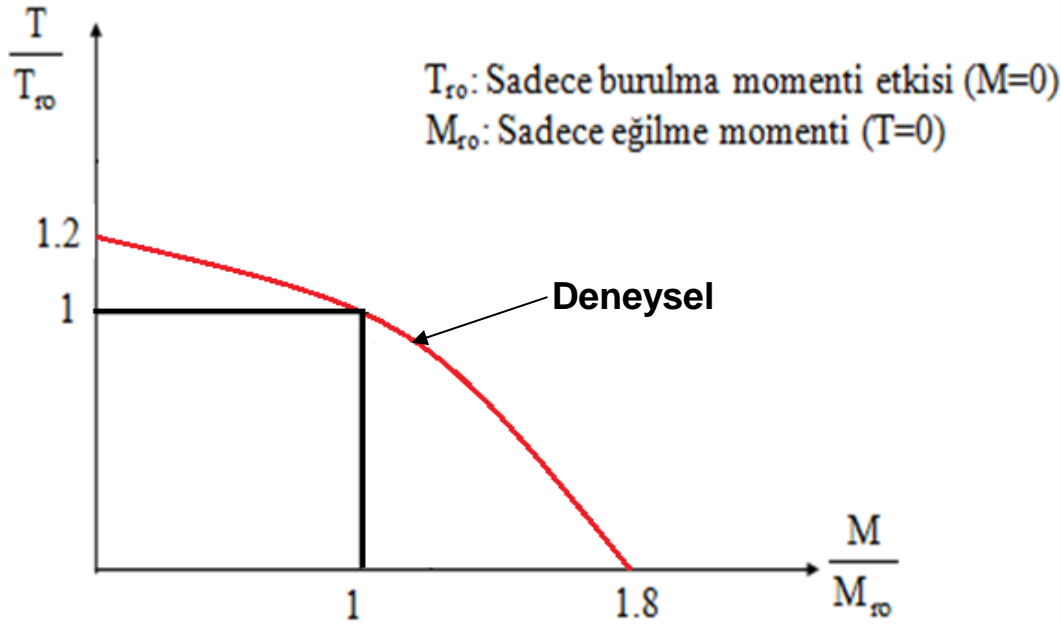
# Burulma ve Eğilme Momentinin Elemana Birlikte Etkimesi Hali

Burulmaya ek olarak eğilmenin de etkidiği durumlarda sorun basit burulmaya oranla daha karmaşık olmaktadır. Bu karmaşık sorun için oldukça basit bir çözüm önerilebilir.

Burulma ve eğilme için ayrı ve bağımsız hesap yapılır ve her iki hesap sonucunda bulunan donatılar toplanarak kesite yerleştirilir. Böylelikle güvenli yönde kalınmış olmak suretiyle burulma ve eğilme etkileşimi ihmal edilmiş olmaktadır.

## Şekilde donatısı

eğilme ve burulma için ayrı ayrı, bağımsız olarak hesaplanmış deney kirişlerinde gözlenen etkileşim, kırmızı çizgi ile gösterilmiştir.  $T$  ve  $M$  uygulanan burulma ve eğilme momentlerini,  $T_{ro}$  ve  $M_{ro}$  taşıma gücü



$$\frac{T}{T_{ro}} + \frac{M}{M_{ro}} = 1$$

(basit burulma ve eğilme) momentlerini göstermektedir. Sürekli çizgi ile gösterilen karesel etkileşim diyagramı deneysel eğrinin içinde kalmaktadır.





## HESAP ADIMLARI

- \* Eğilme momenti için boyuna donatı hesaplanır. ( $A_s$ )
- \* Burulma momenti için boyuna donatı hesaplanır. ( $A_{sl}$ )

$A_{sl}$ : Kesite ek olarak tümü ile yerleştirilir.

$T$  ve  $M$  birbirinden bağımsız alınır.

## Burulma, Eğilme ve Kesme Hali

Bu durum çok yaygın karşılaşılan bir durumdur. Bu nedenle burulmanın kesme ve eğilme ile birlikte ele alınması en gerçekçi çözüm olacaktır.

### a) Gövde donatısız olması durumu:

Kesme kuvvetinin yanı sıra burulma momentinin de bulunduğu durumlarda eğik çatlama sınırı aşağıdaki bağıntı ile belirlenir.

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}}\right)^2 = 1 \text{ TS 500 Denk. (8.10)}$$

$$T_{cr} = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left(y_i - \frac{x_i}{3}\right) f_{ctd}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d$$

TS500'de TS 500 Denk. (8.11)

$T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$  olarak hesaplanmaktadır.

Burada  $S$ , burulma dayanım

$$T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$$

Momentidir.

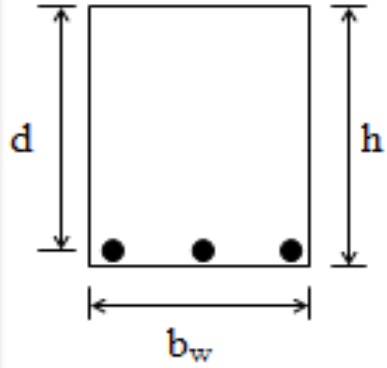
TS500'de,  $S$  için plastisite teorisinden elde edilen burulma dayanım momentleri yerine, daha basitleştirilmiş bağıntılar önerilmektedir (TS500-2000 Çizelge 8.2).

**ÇİZELGE 8.2 - Değişik Kesitler İçin Yaklaşık Burulma Dayanım Momentleri**

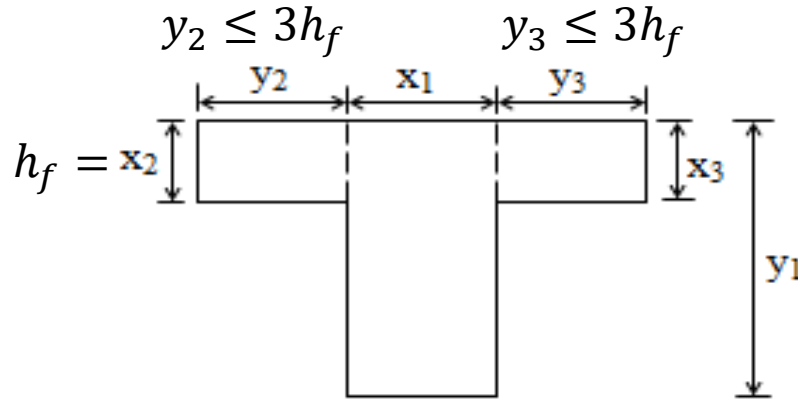
Dikdörtgen kesit	$S = b_w^2 h / 3$
Tablalı kesit	$S = \sum x^2 y / 3$
Dairesel veya dış bükey çokkenarlı kesit	$S = \pi \phi^3 / 12$
İnce çeperli ( $t_e < 1/5 x$ ise,) kutu kesitler	$S = 2A_e t_e$

Ancak daha kesin hesap için plastisite teorisinin kullanılabileceği ima edilmektedir. Çizelge 8.2 de, "x" ve "y", tablalı kesiti oluşturan dikdörtgenlerin kısa ve uzun kenarlarıdır. Bu hesaplarda, gövde dışına taşan tabla genişliği, tabla kalınlığının üç katından fazla alınmamalıdır.

## S Değerleri:



(a)



### Dikdörtgen Kesitler:

$$S = \left(\frac{1}{3}\right) b_w^2 h$$

### Tablalı Kesitler:

Tabla dikdörtgenlere bölünür

$$S = \left(\frac{1}{3}\right) \sum x_i^2 y_i$$

### Kutu Kesitler:

$$h_e \geq \frac{1}{5} x \text{ ise;}$$

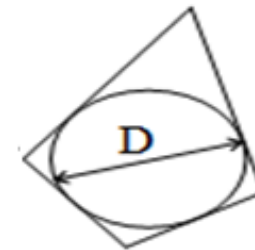
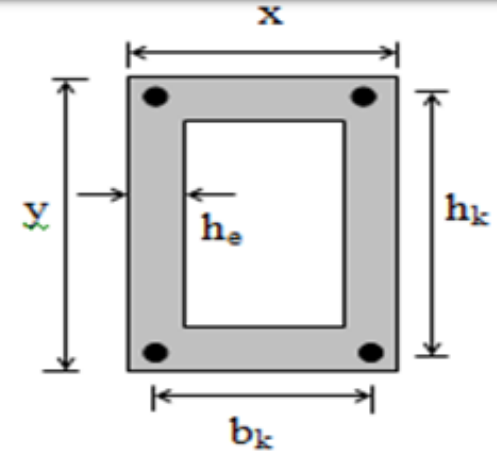
$$S = \left(\frac{1}{3}\right) x^2 y$$

$$h_e \leq \frac{1}{5} x \text{ ise;}$$

$$S = 2(b_k)(h_k)h_e$$

### Çok Kenar:

$$S = \frac{\pi D^3}{12}$$



## b) Gövde donatılı olması hali:

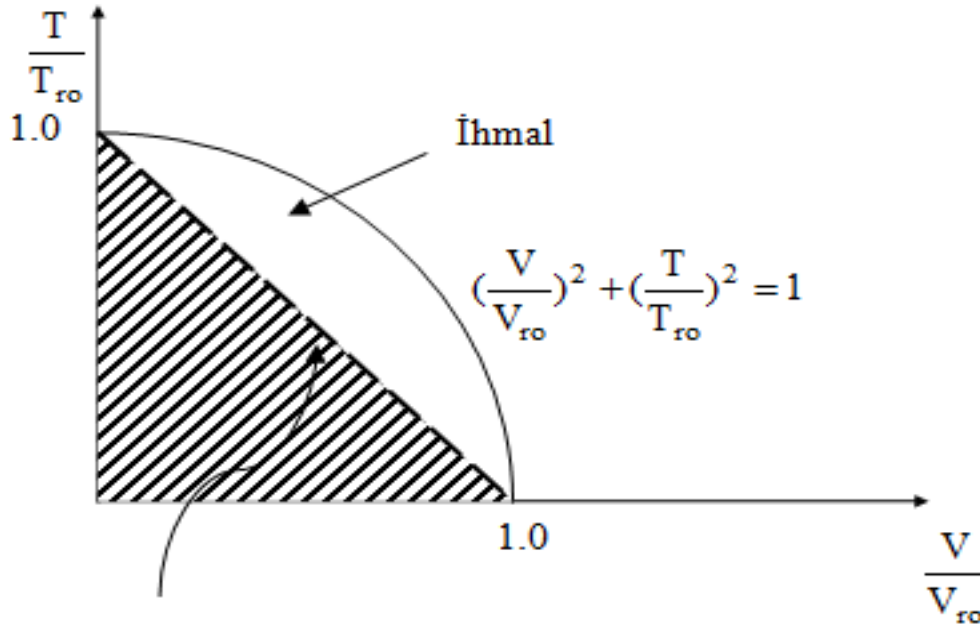
$$\left(\frac{T_d}{T_{ro}}\right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{ro}}\right)^2 = 1$$

$$T_{ro} = \frac{A_{ot}}{s} 2 A_e (f_{ywd})$$

$$V_r = V_w + V_c$$

$$V_r = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} (d) + 0.5 f_{ctd} (b_w d)$$

$$\frac{A_{ov}}{s} = \frac{V_d - 0.5 f_{ctd} (b_w d)}{f_{ywd} d (n)}$$



$$\frac{A_o}{s} = \frac{A_{ot}}{s} + \frac{A_{ov}}{s}$$

n=kesme etriyesi kol sayısı  
basit etriye n=2;  $A_{sw}=2A_{ov}$

### TS 500 Denk. (8.15-8.16)

$A_o$ : Etriye kesit alanı ( $T_d+V_d$ ) için

$A_{ot}$ : Etriye kesit alanı sadece ( $T_d$ ) için

$$\frac{A_{ot}}{s} = \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}}, \quad (A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} (U_e) \frac{f_{ywd}}{f_{yd}})$$

$A_{ov}$ : Etriye alanı sadece ( $V_d$ ) için.



## Gevrek Kırılmanın Önlenmesi:

Asal basınç gerilmeleri nedeni ile gövdede oluşacak ve gevrek kırılmaya yol açabilecek ezilmeyi önlemek için, burulma momentine bir üst sınır getirilmiştir.

Bunun için aşağıdaki bağıntı temel alınmaktadır.

$$\max \tau_t = 0.22 f_{cd} \quad \text{TS 500 Denk. (8.19)}$$

$\tau_t \leq \max \tau_t$  olmalıdır.

$$\max T = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left( y_i - \frac{x_i}{3} \right) (0.22 f_{cd}) \quad (\text{TS 500})$$



## Minimum Donatı:

Asal çekme gerilmeleri nedeni ile oluşacak gevrek kırılmanın önlenmesi için, aşağıdaki minimum etriye ve boyuna donatı bulundurulması zorunludur. Çok kollu etriye düzenlendiğinde, iç kollar burulma donatısı olarak göz önüne alınamaz.

$$\frac{A_o}{s} \geq 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left( 1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d b_w} \right) b_w \quad \text{TS 500 Denk. (8.17)}$$

Bu bağıntıda  $\frac{T_d}{V_d b_w} \leq 1.0$  alınmalıdır. Uygunluk burulmasında  $T_d = T_{cr}$  alınır.

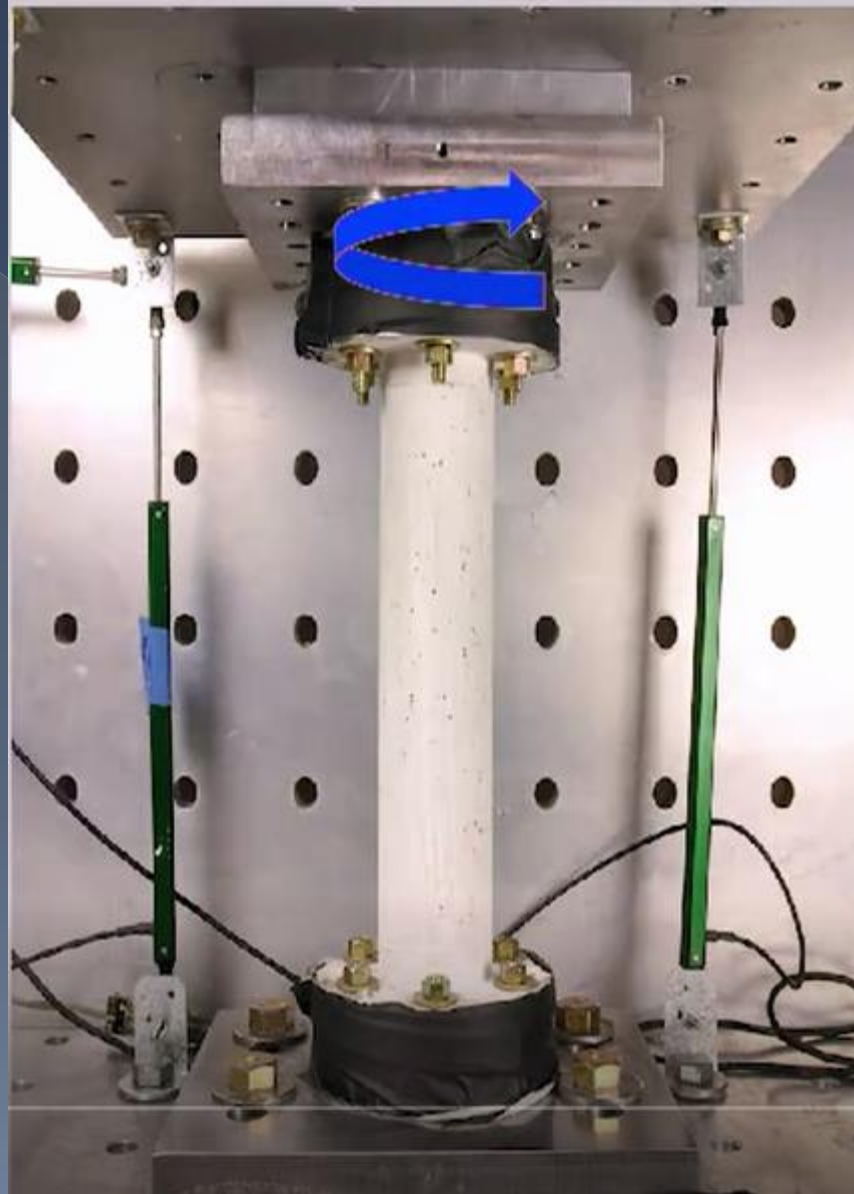
$$\min A_{sl} = \frac{T_d U_e}{2 f_{yd} A_e} \quad \text{olarak alınır TS 500 Denk. (8.18)}$$

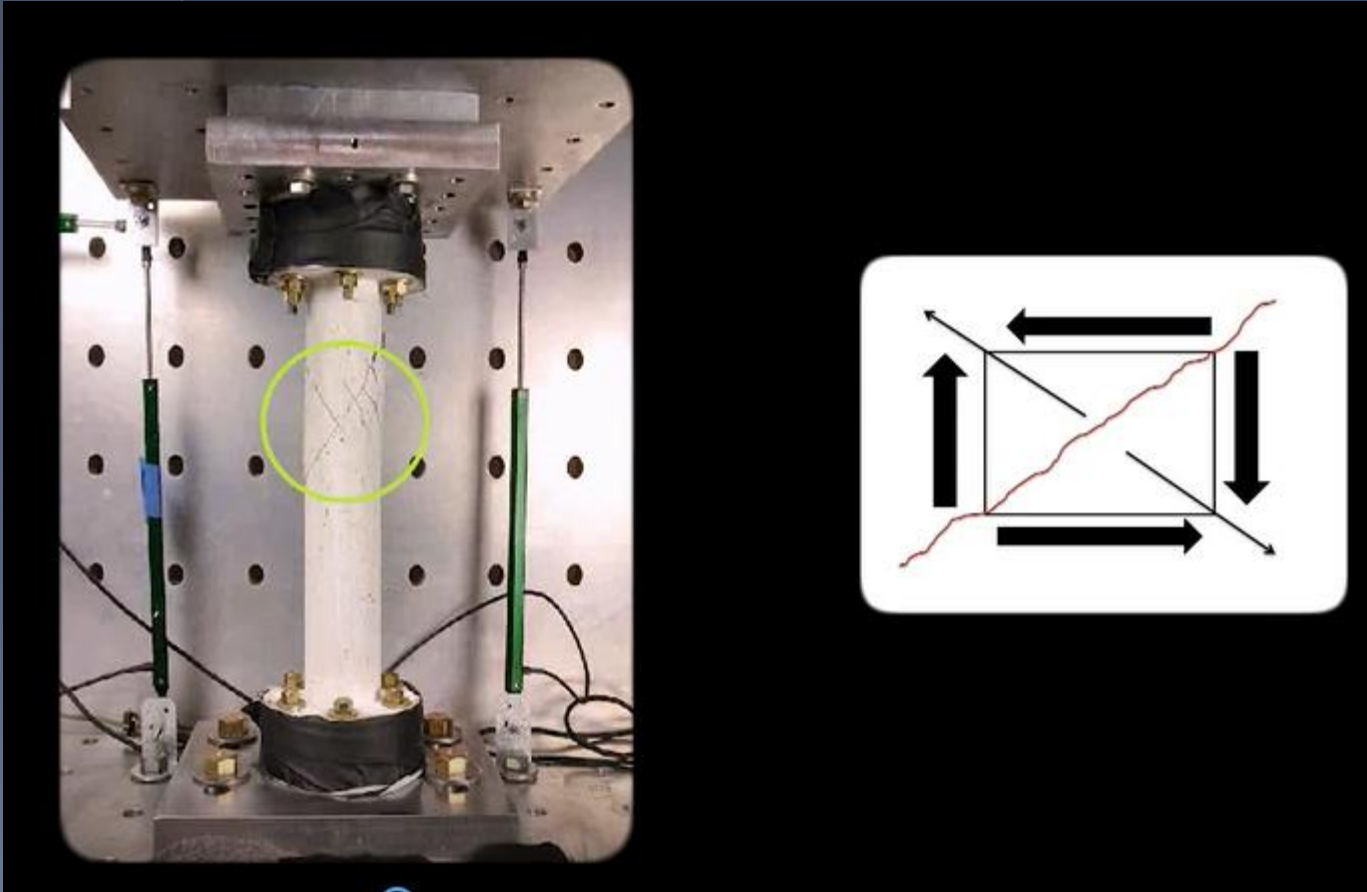
Sonraki Bölüm



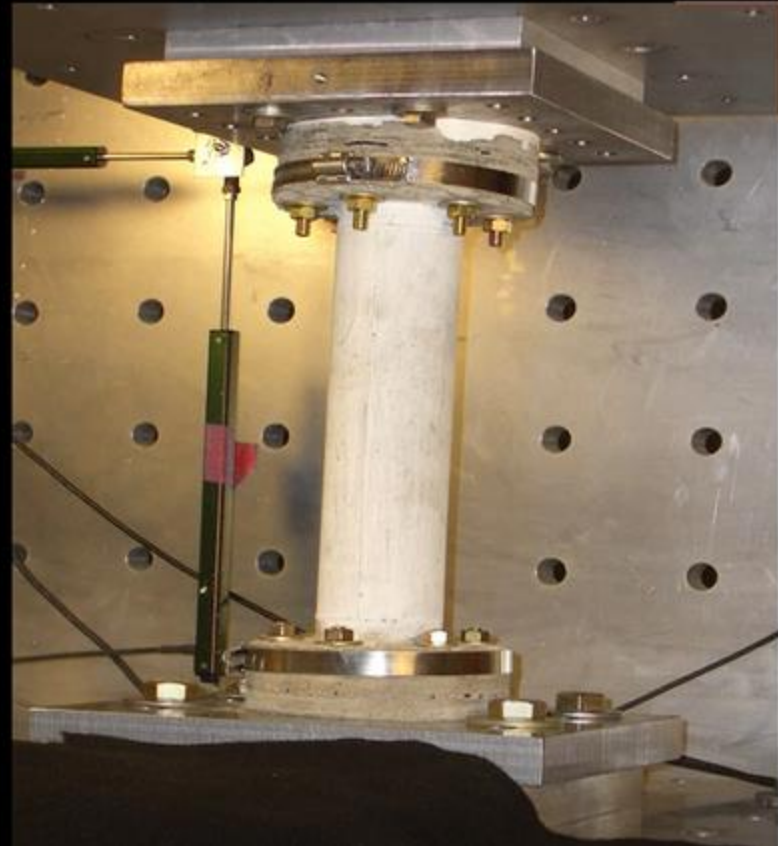
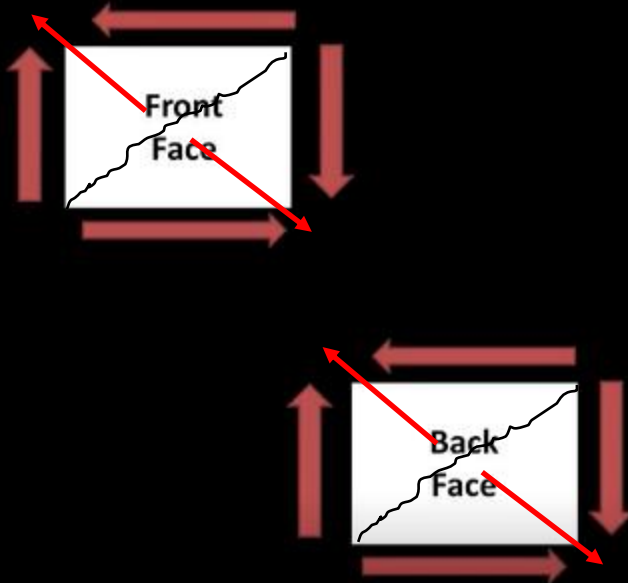
# Küçük ölçekli model köprü ayağında burulma deneyi çalışması



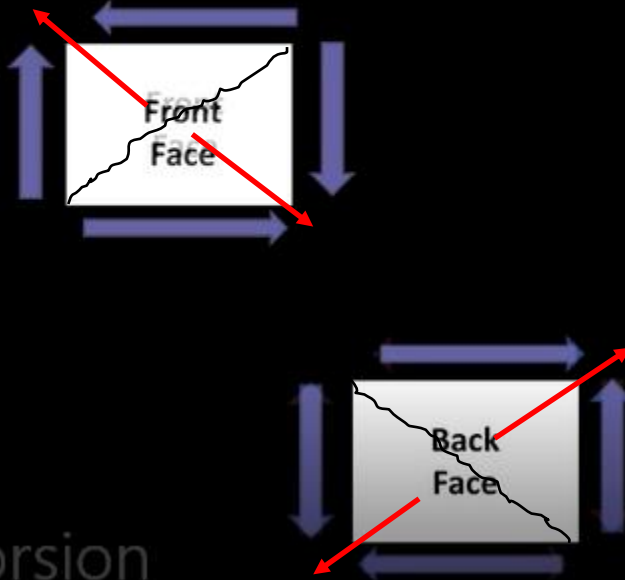




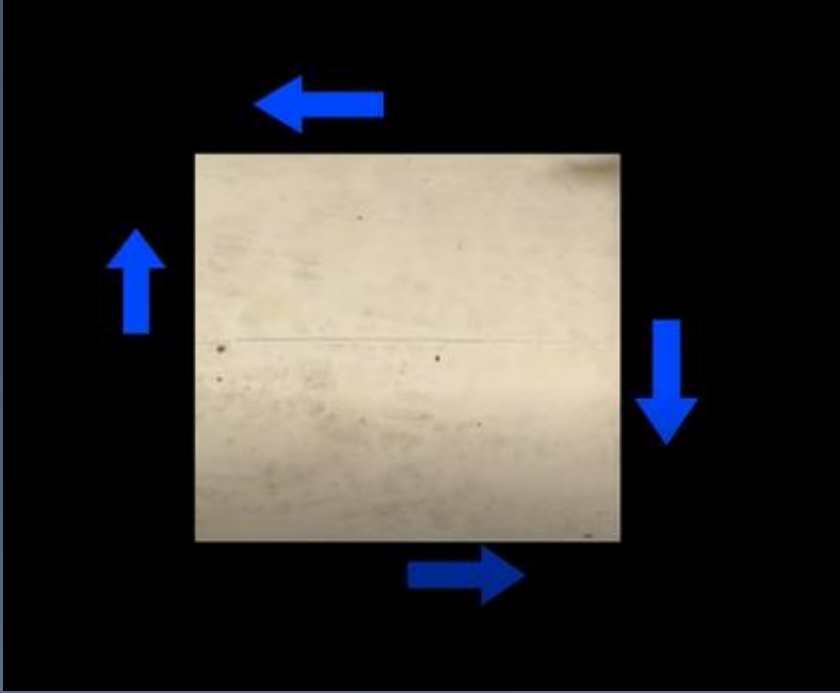
# SHEAR



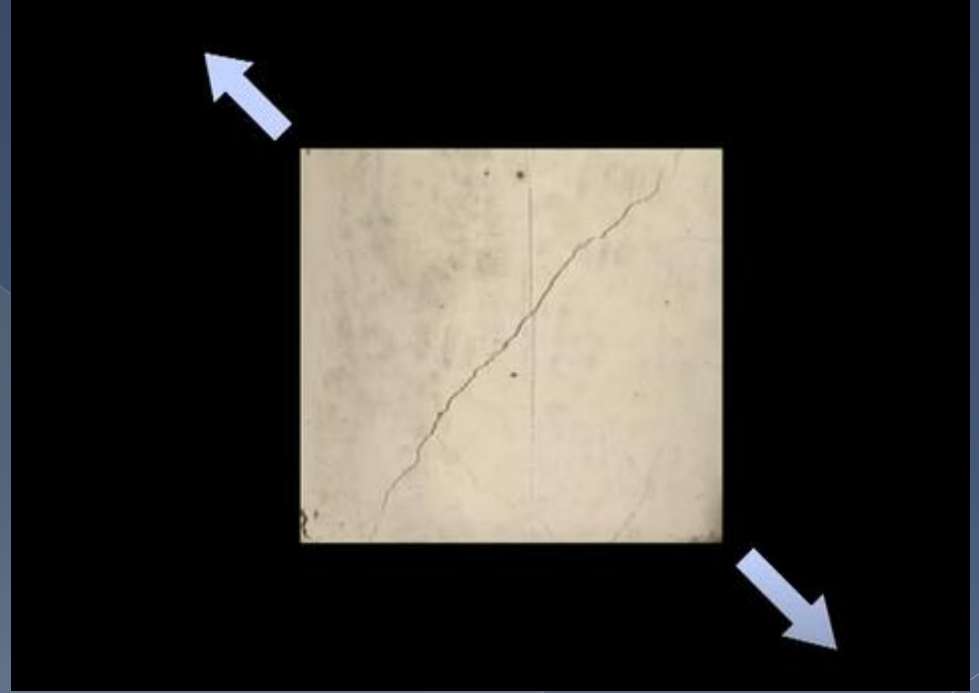
# TORSION



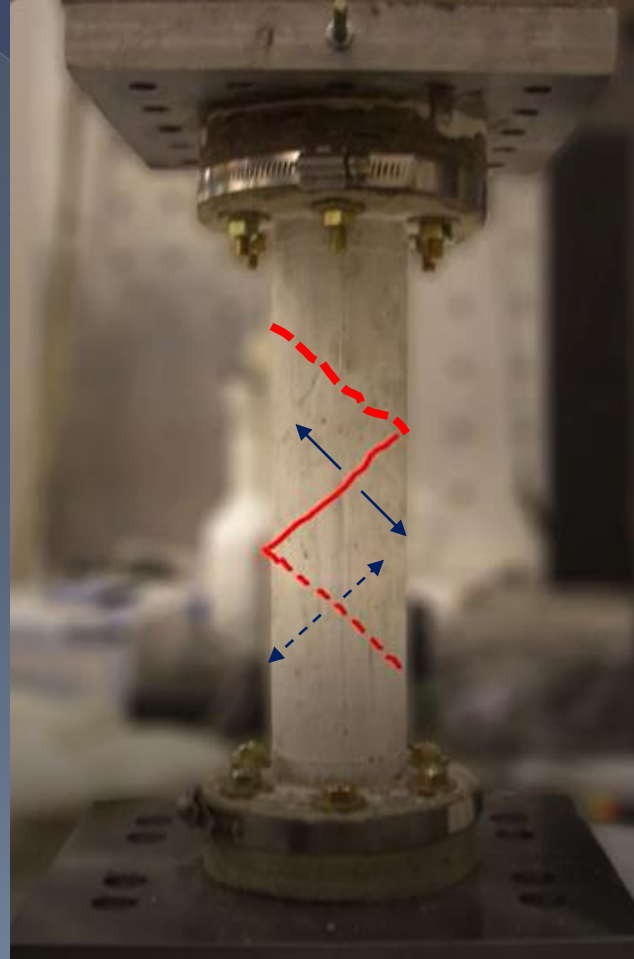
Ön yüz kayma gerilmeleri



Ön yüz asal çekme gerilmeleri

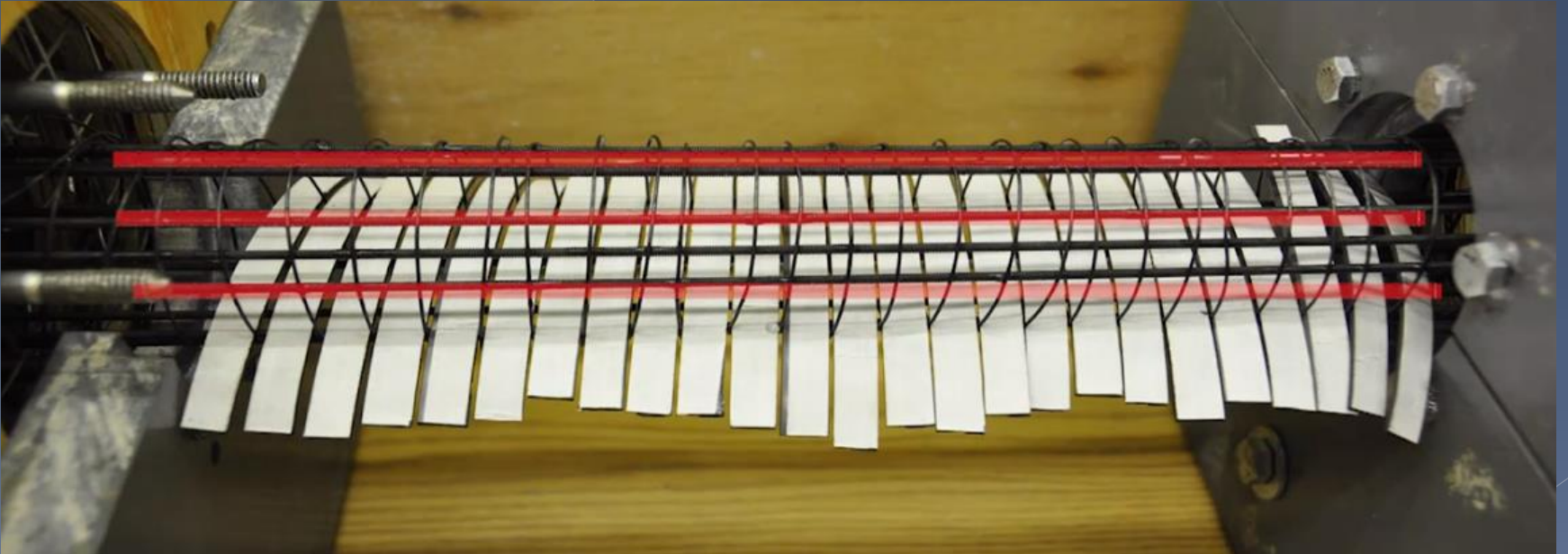


Asal çekme gerilmelerinin elemanın ön yüzünde ve arka yüzünde yön değiştirmesi sonucu oluşan çatlaklar elemanın eksenini boyunca elemanı sararak meydana gelecektir.





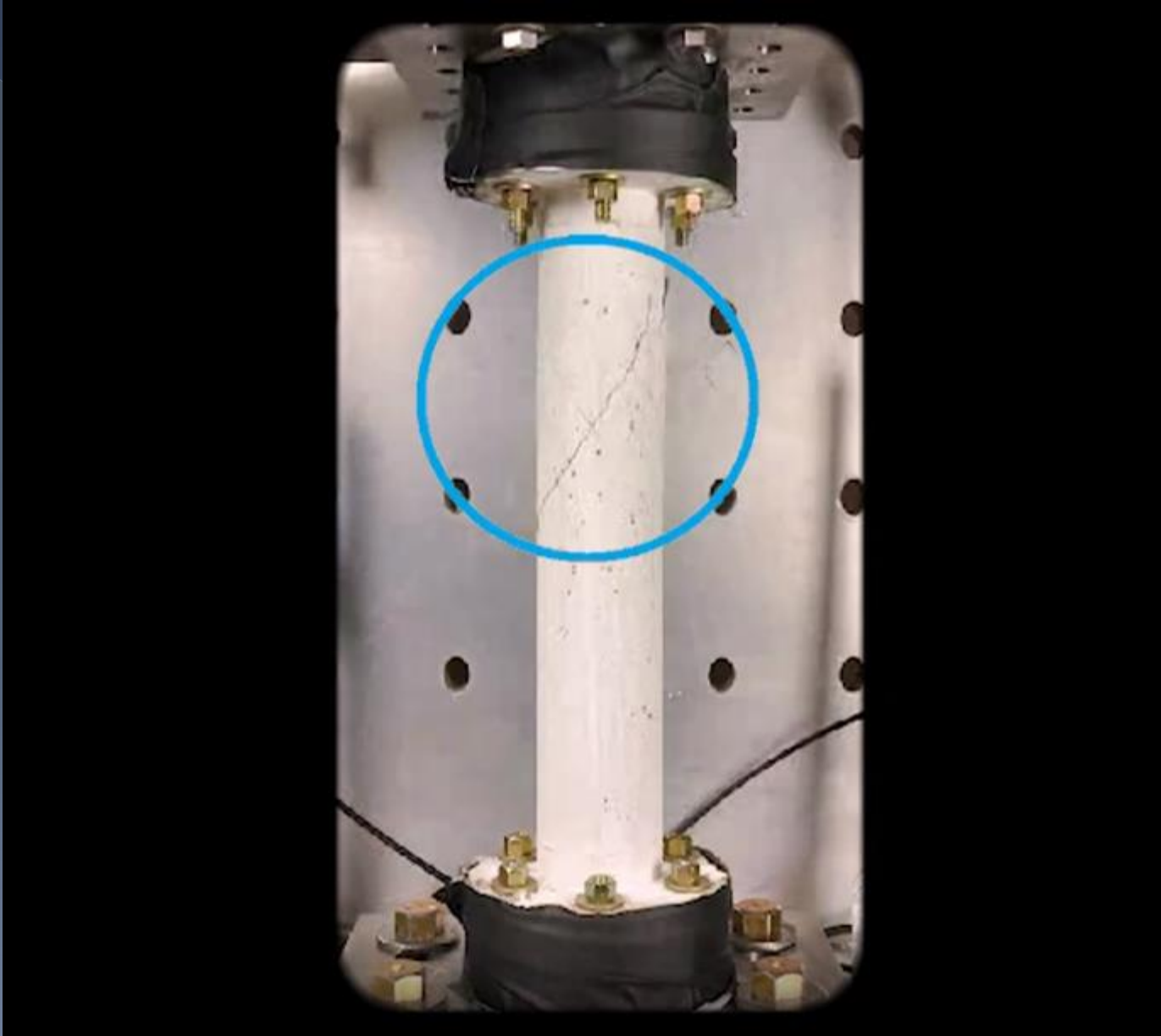
# Burulma boyunca ve enine donatılı eleman

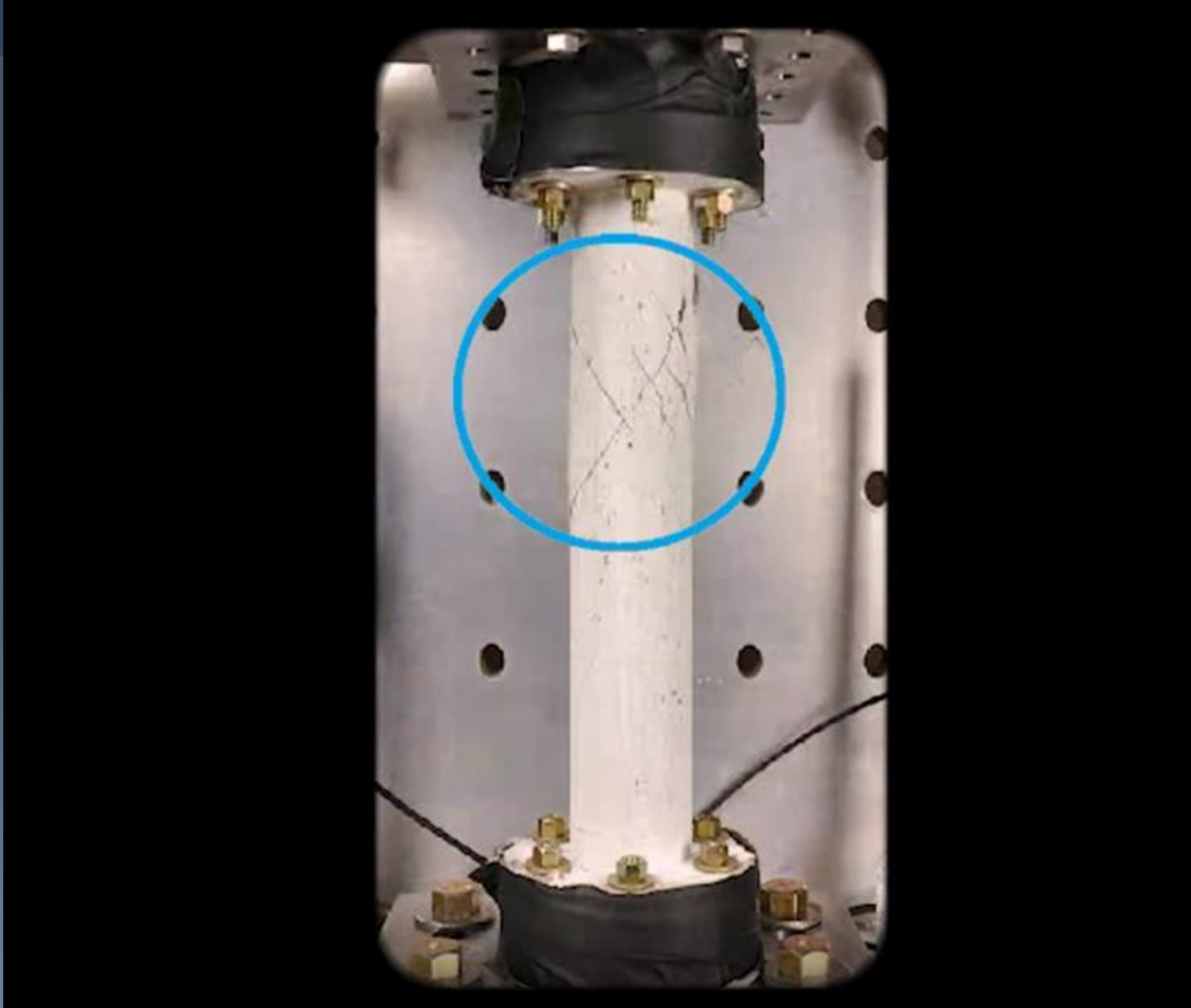


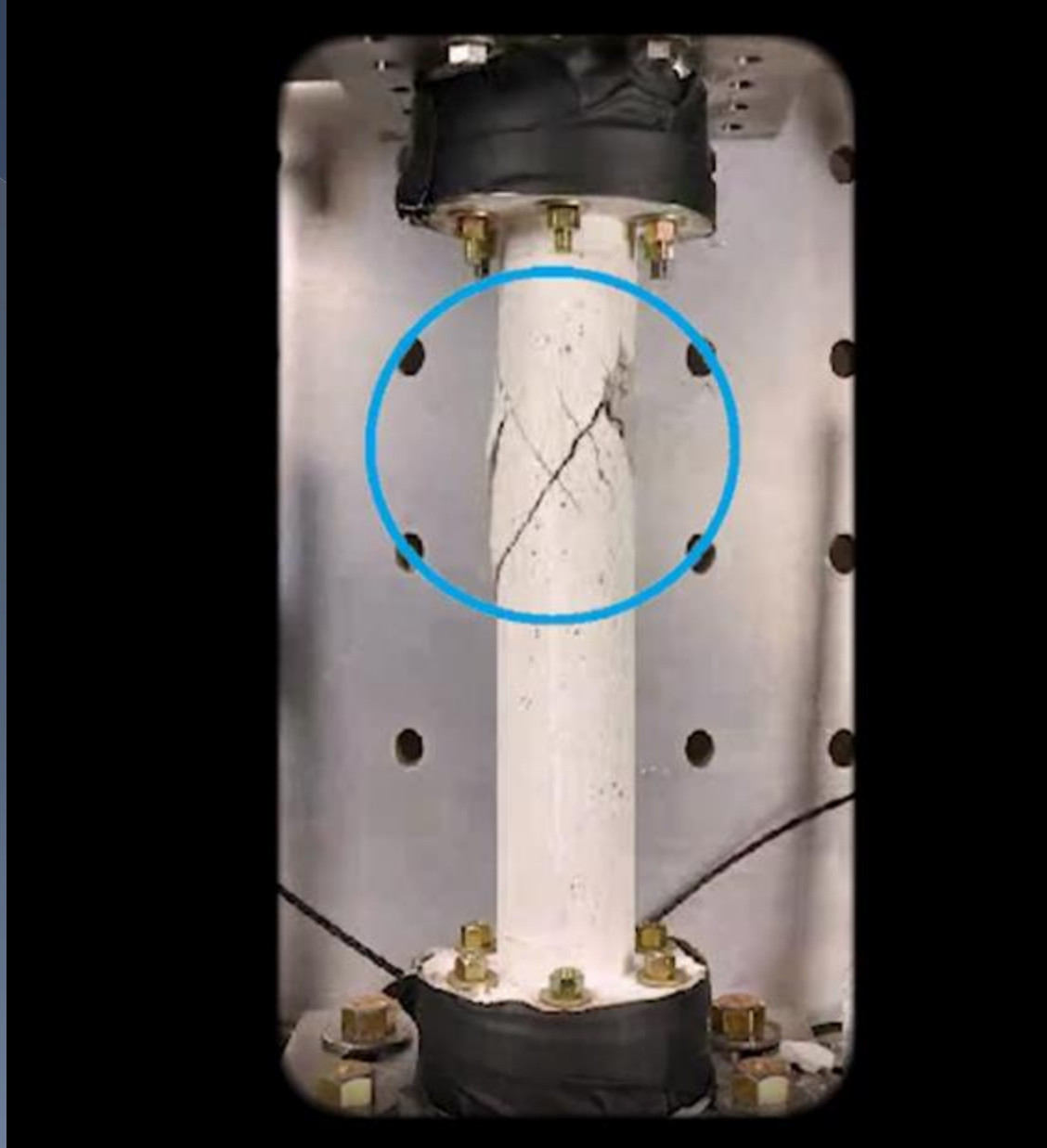
# Burulma boyuna ve enine donatılı eleman



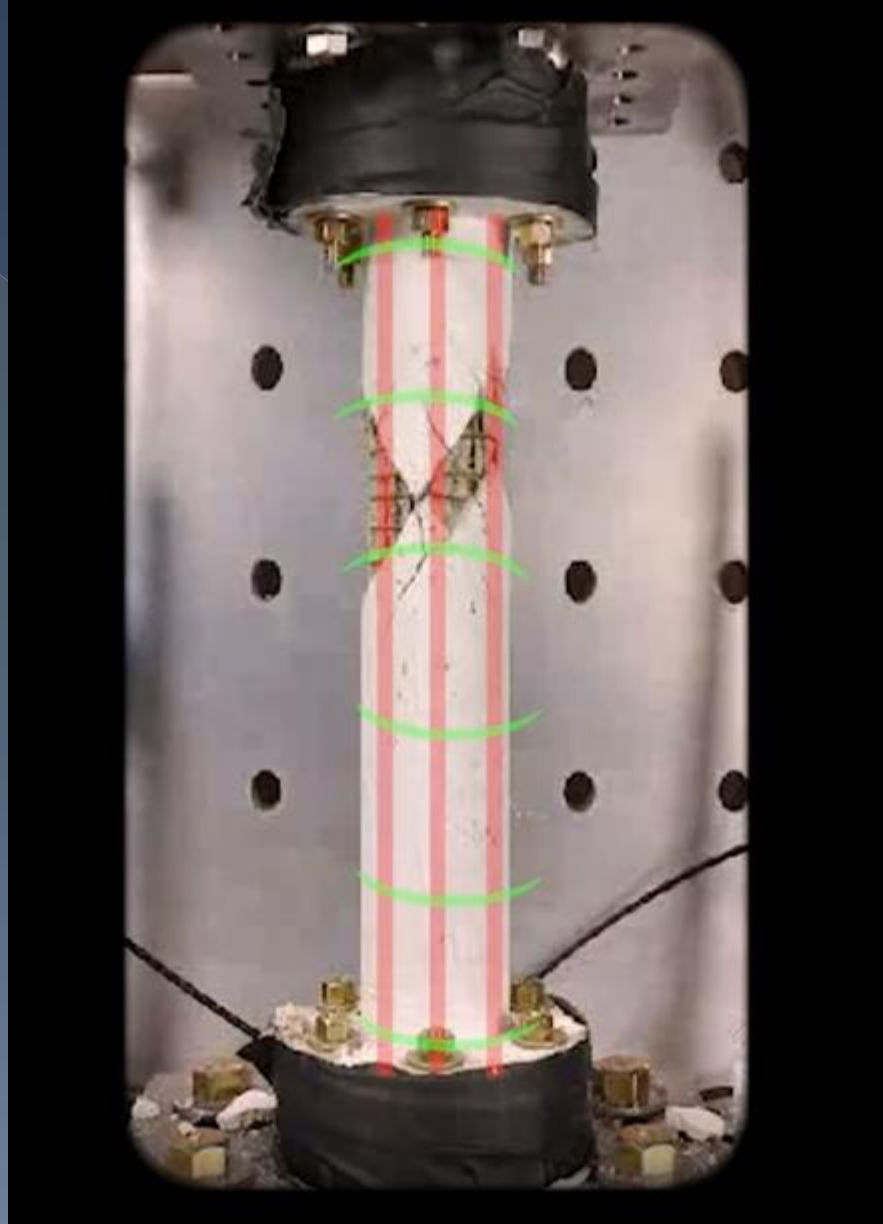












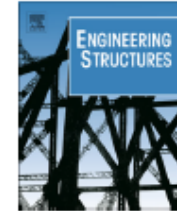
**Not:** Bağlantıyı tıklamanız durumunda ders dokümanı kapanabilir. Bu durumda bağlantıyı inceledikten sonra tekrar ders dokümanını açmanız gerekebilir.



Contents lists available at [ScienceDirect](#)

## Engineering Structures

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/engstruct](http://www.elsevier.com/locate/engstruct)



# Unified rational formula for pre-cracking torsional stiffness of solid and hollow reinforced concrete members



Chyuan-Hwan Jeng<sup>a,\*</sup>, Min Chao<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Department of Civil Engineering, National Chi Nan University, Nantou, Taiwan

<sup>b</sup>Department of Civil Engineering and Geomatics, Cheng Shiu University, Kaohsiung, Taiwan

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 21 November 2014

Revised 21 April 2015

Accepted 22 April 2015

Available online 15 May 2015

#### Keywords:

Torsional stiffness

Reinforced concrete

Beam

Hollow

Design formula

Pre-cracking

Softened membrane model

SMMT

### ABSTRACT

It is generally assumed that the elastic torsional stiffness of structural reinforced concrete (RC) members that are subjected to a torsional moment less than the cracking torque can be accurately estimated, despite a lack of adequate experimental or theoretical examination. The softened membrane model for torsion (SMMT), which has been validated experimentally, provides accurate estimates of pre-cracking torsional stiffness for solid and hollow RC members. However, the SMMT requires an iterative solution algorithm, and is thus inconvenient for design purposes. This paper presents a simplification of the SMMT and proposes a unified rational formula for the direct calculation of the initial torsional stiffness of solid and hollow RC members. The proposed formula predicts the initial torsional stiffness of nine hollow RC beam specimens almost perfectly. When used to calculate the stiffness of 147 solid and hollow RC beam specimens, the proposed formula is found to be an almost perfect simplification of the SMMT in terms of initial torsional stiffness. However, the elastic stiffness values of the 147 specimens deviate from the formula-calculated values by  $-40\%$  to  $+50\%$ , suggesting the values may not be as accurate as commonly presumed. It is also shown that the proposed formula can combine with an existing  $T_{cr} - \theta_{cr}$  formula to provide a precise bi-linear simplification of the nonlinear pre-cracking torque-twist curves for solid and hollow RC members; this can then be conveniently used in the nonlinear finite element analyses needed in performance-based engineering.

© 2015 Elsevier Ltd. All rights reserved.



**Not:** Bağlantıyı tıklamanız durumunda ders dokümanı kapanabilir. Bu durumda bağlantıyı inceledikten sonra tekrar ders dokümanını açmanız gerekebilir.

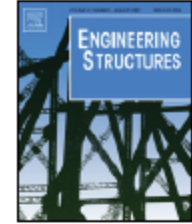
Engineering Structures 31 (2009) 1944–1954



Contents lists available at ScienceDirect

Engineering Structures

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/engstruct](http://www.elsevier.com/locate/engstruct)



## A softened membrane model for torsion in reinforced concrete members

Chyuan-Hwan Jeng<sup>a,\*</sup>, Thomas T.C. Hsu<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Department of Civil Engineering, National Chi Nan University, Nantou, Taiwan

<sup>b</sup> Department of Civil and Environmental Engineering, University of Houston, Houston, TX, USA

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 6 August 2008

Received in revised form

16 February 2009

Accepted 19 February 2009

Available online 15 May 2009

#### Keywords:

Cracking

Shear

Strain gradient

Stress–strain curve

Torque

Torsion

Twist

Ultimate state

Reinforced concrete

### ABSTRACT

The Softened Membrane Model (SMM), developed for predicting the behavior of reinforced concrete (RC) membrane elements under shear, is extended to RC members subjected to torsion. This new analytical method, referred to as the Softened Membrane Model for Torsion (SMMT), takes into account the strain gradient of concrete struts in the shear flow zone by making two modifications to the constitutive relationships of concrete. First, in the tensile stress–strain relationship of concrete, the pre-cracking stiffness and the strain at peak stress should each be increased by 45%. Second, the Hsu/Zhu ratio for torsion is taken as 80% of the Hsu/Zhu ratio for shear. Similar to the case of the SMM model for shear, this new SMMT model can predict the entire torque–twist curve, including the ranges before and after cracking, as well as the ascending and descending branches. The theoretical predictions from the SMMT compare very well with the test data on torsion available in the literature.

© 2009 Elsevier Ltd. All rights reserved.